目次

第 1 章　式の計算

第 1 講　単項式と多項式 …… 6 – 8
第 2 講　多項式の加法・減法 …… 9 – 11
第 3 講　多項式と数の乗法・除法 …… 12 – 15
第 4 講　単項式の乗法・除法 …… 16 – 19
第 5 講　式の値 …… 20 – 20
第 6 講　文字式の利用 …… 21 – 27
第 7 講　等式の変形 …… 28 – 29

第 2 章　連立方程式

第 8 講　2 元 1 次方程式 …… 30 – 31
第 9 講　連立方程式の解き方 …… 32 – 38
第 10 講　いろいろな連立方程式 …… 39 – 44
第 11 講　解が与えられた連立方程式 …… 45 – 45
第 12 講　連立方程式の利用 …… 46 – 53

第 3 章　1 次関数

第 13 講　1 次関数 …… 54 – 57
第 14 講　1 次関数のグラフ …… 58 – 63
第 15 講　1 次関数の式の求め方 …… 64 – 70
第 16 講　2 元 1 次方程式のグラフ …… 71 – 75
第 17 講　2 直線の交点 …… 76 – 78
第 18 講　座標平面上の三角形 …… 79 – 84
第 19 講　1 次関数の利用 …… 85 – 95

第 4 章　平行と合同

第 20 講　平行線と角 …… 96 – 104
第 21 講　三角形の内角・外角 …… 105 – 107
第 22 講　多角形の内角・外角 …… 108 – 112
第 23 講　求角の応用問題 …… 113 – 119
第 24 講　合同な図形 …… 120 – 121
第 25 講　三角形の合同条件 …… 122 – 126
第 26 講　三角形の合同の証明 …… 127 – 135

第 5 章　三角形・四角形

第 27 講　二等辺三角形 …… 136 – 145
第 28 講　ことがらの逆・反例 …… 146 – 147
第 29 講　直角三角形の合同 …… 148 – 155
第 30 講　平行四辺形の性質 …… 156 – 162
第 31 講　平行四辺形になるための条件 …… 163 – 166
第 32 講　特別な平行四辺形 …… 167 – 171
第 33 講　平行線と面積 …… 172 – 175

第 6 章　確率

第 34 講　確率 …… 176 – 177
第 35 講　数え上げの工夫 …… 178 – 182
第 36 講　題材別の確率の問題 …… 183 – 189
第 37 講　確率の応用問題 …… 190 – 193

第 7 章　データの活用

第 38 講　四分位範囲・箱ひげ図 …………………………… 194 – 197

教科書対応表 …………………………… 巻末

第 1 講・単項式と多項式

例題 1　単項式と多項式①

ポイント

● 単項式(たんこうしき) ： 数や文字についてのかけ算だけでできている式

（例）$4x$，$3y^2$，a，-3

● 多項式(たこうしき) ： 単項式の和の形で表された式。このときの 1 つ 1 つの単項式を多項式の項(こう)という。

（例）$\underset{\text{項}}{\underline{4x}}\ \underset{\text{項}}{\underline{+3y^2}}$，$\underset{\text{項}}{\underline{a}}\ \underset{\text{項}}{\underline{-3}}$

問題

次の問いに答えなさい。

(1)　以下のア〜エのうち，単項式を**すべて**選びなさい。

ア　$2a+3b$　　イ　$-x$　　ウ　$-\dfrac{1}{2}ab$　　エ　50

(2)　$3x-4y$ の項を答えなさい。

(3)　$3x-4y$ の x，y の係数をそれぞれ答えなさい。

解答

(1)　**イ，ウ，エ**　…(答)

(2)　$\mathbf{3x}$，$\mathbf{-4y}$　…(答)

(3)　x の係数：**3**　　y の係数：**−4**　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次の問いに答えなさい。

(1) 以下のア〜エのうち，単項式を**すべて**選びなさい。

ア　$5xy$　　イ　$-b+3a$　　ウ　0　　エ　$11a-1$

(2) $-7a+2b+4$ の項を答えなさい。

(3) $-7a+2b+4$ の a，b の係数をそれぞれ答えなさい。

例題 2　単項式と多項式②

ポイント

- 単項式の次数（じすう）：単項式で，かけあわされている文字の個数
- 多項式の次数：各項の次数のうち，もっとも大きいもの

（例）$4x$ の次数：1　　$-3a^2b$ の次数：3

$2m+3n^2$ の次数：2

- 次数が 1 の式を 1 次式，次数が 2 の式を 2 次式という。

問題

次の問いに答えなさい。

(1) $4ab$ の次数を答えなさい。

(2) $-4x^2y^2$ の次数を答えなさい。

(3) $a-2b$ の次数を答えなさい。

(4) x^2-x の次数を答えなさい。

解答

(1) $4ab=4\times a\times b$ より

2 …(答)

(2) $-4x^2y^2=-4\times x\times x\times x\times y\times y$ より

4 …(答)

(3) **1** …(答)

MEMO

(4)　$x^2 - x = x \times x - x$ より
　　2　…(答)

確認テスト 2

次の問いに答えなさい。

(1)　$\frac{1}{2}x$ の次数を答えなさい。

(2)　$8a^2b$ の次数を答えなさい。

(3)　$a^2b^2 + 9$ の次数を答えなさい。

(4)　$2a - ab + 6$ の次数を答えなさい。

第2講・多項式の加法・減法

例題1　同類項のまとめ方

ポイント

● 同類項（どうるいこう）：文字の部分が同じ項

（例）

同類項（a と $-a$）

$a \quad +2b \quad -3c \quad -a \quad +9b$

同類項（$+2b$ と $+9b$）

問題

次の式の同類項をまとめなさい。

(1)　$x-4y-y$

(2)　$6a+4b-2a-2b$

(3)　$2a-3ab+2ab-a$

解答

(1)　$x-4y-y=x+(-4-1)y$

$=\boldsymbol{x-5y}$　**…(答)**

(2)　$6a+4b-2a-2b=6a-2a+4b-2b$

$=(6-2)a+(4-2)b$

$=\boldsymbol{4a+2b}$　**…(答)**

(3)　$2a-3ab+2ab-a=-3ab+2ab+2a-a$

$=(-3+2)ab+(2-1)a$

$=\boldsymbol{-ab+a}$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 1

次の式の同類項をまとめなさい。

(1) $3b - b - a$

(2) $9x + 6y + x - 5y$

(3) $8x^2 - xy - 6x^2 + 4xy$

例題 2　多項式の加法・減法

問題

次の問いに答えなさい。

(1) $(3a+b)+(a+3b)$ を計算しなさい。

(2) $(2x+4y)-(x+y)$ を計算しなさい。

(3) 2 つの式 $3a+6b$，$a-8b$ の和を求めなさい。

(4) 2 つの式 $3a+6b$，$a-8b$ において，左の式から右の式をひいた差を求めなさい。

解答

(1) $(3a+b)+(a+3b)=3a+b+a+3b$

$=3a+a+b+3b$

$=\mathbf{4a+4b}$ **・・・(答)**

(2) $(2x+4y)-(x+y)=2x+4y-x-y$

$=2x-x+4y-y$

$=\mathbf{x+3y}$ **・・・(答)**

(3) $(3a+6b)+(a-8b)=3a+6b+a-8b$

$=3a+a+6b-8b$

$=\mathbf{4a-2b}$ **・・・(答)**

(4) $(3a+6b)-(a-8b)=3a+6b-a+8b$

$=3a-a+6b+8b$

$=\mathbf{2a+14b}$ **・・・(答)**

MEMO

確認テスト 2

次の問いに答えなさい。

(1) $(4x+y)+(2x-5y)$ を計算しなさい。

(2) $(ab-2b)-(ab-b)$ を計算しなさい。

(3) 2 つの式 $7x-5y$，$4x-2y$ の和を求めなさい。

(4) 2 つの式 $7x-5y$，$4x-2y$ において，左の式から右の式をひいた差を求めなさい。

第 3 講・多項式と数の乗法・除法

例題 1　多項式と数の乗法・除法

ポイント

● 分配法則 ： $a(b+c)=ab+ac$

問題

次の計算をしなさい。

(1) $2(7x+2y)$

(2) $\left(\frac{2}{3}a+\frac{b}{2}-12\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

(3) $\left(\frac{4}{5}a-\frac{3}{4}b-\frac{2}{3}\right)\div(-2)$

解答

(1) $2(7x+2y)=2\times7x+2\times2y$

$=\mathbf{14x+4y}$ **･･･(答)**

(2) $\left(\frac{2}{3}a+\frac{b}{2}-12\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=\frac{2}{3}a\times\left(-\frac{1}{6}\right)+\frac{b}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)+(-12)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=\mathbf{-\frac{1}{9}a-\frac{1}{12}b+2}$ **･･･(答)**

(3) $\left(\frac{4}{5}a-\frac{3}{4}b-\frac{2}{3}\right)\div(-2)$

$=\left(\frac{4}{5}a-\frac{3}{4}b-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{4}{5}a\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}b\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\mathbf{-\frac{2}{5}a+\frac{3}{8}b+\frac{1}{3}}$ **･･･(答)**

MEMO

確認テスト 1

次の計算をしなさい。

(1) $(3a-8b)\times(-2)$

(2) $\dfrac{2}{5}\left(-15x-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{25}{2}\right)$

(3) $(28a-7b)\div 14$

(4) $\left(\dfrac{6}{5}x-12y+\dfrac{1}{3}\right)\div(-6)$

例題 2 多項式のいろいろな計算①

問題

次の計算をしなさい。

(1) $a-4(2a-4b)$

(2) $5(2x+y)+3(x+3y)$

(3) $4(3x-2y)-2(5x+y)$

解答

(1) $a-4(2a-4b)=a-8a+16b$

$=\mathbf{-7a+16b}$　**・・・(答)**

(2) $5(2x+y)+3(x+3y)=10x+5y+3x+9y$

$=\mathbf{13x+14y}$　**・・・(答)**

(3) $4(3x-2y)-2(5x+y)=12x-8y-10x-2y$

$=\mathbf{2x-10y}$　**・・・(答)**

MEMO

確認テスト 2

次の計算をしなさい。

(1) $a+3(a+2b)$

(2) $2(-3x+y)+6(4x-y)$

(3) $2(3x+5y)-3(x-2y)$

例題 3　多項式のいろいろな計算②

問題

次の計算をしなさい。

(1) $\frac{1}{2}(x-y)+\frac{1}{4}(x+y)$

(2) $\frac{3a+4b}{6}-\frac{2a+b}{3}$

(3) $\frac{x-3y}{2}-2x$

解答

(1) $\frac{1}{2}(x-y)+\frac{1}{4}(x+y)$

$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y$

$=\frac{2}{4}x+\frac{1}{4}x-\frac{2}{4}y+\frac{1}{4}y$

$=\mathbf{\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}y}$ **…(答)**

(2) $\frac{3a+4b}{6}-\frac{2a+b}{3}$

$=\frac{3a+4b}{6}-\frac{2(2a+b)}{6}$

$=\frac{3a+4b-2(2a+b)}{6}$

$=\frac{3a+4b-4a-2b}{6}$

$=\mathbf{\frac{-a+2b}{6}}$ **…(答)**

(3) $\frac{x-3y}{2}-2x$

$=\frac{x-3y}{2}-\frac{4x}{2}$

$=\frac{x-3y-4x}{2}$

$=\mathbf{\frac{-3x-3y}{2}}$ **…(答)**

MEMO

確認テスト 3

次の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{1}{3}(5x-y)+\dfrac{1}{2}(x-3y)$

(2) $\dfrac{3x-2y}{5}+\dfrac{4x-y}{7}$

(3) $a+3b-\dfrac{a-5b}{2}$

第 4 講・単項式の乗法・除法

例題 1　単項式の乗法

ポイント

● 単項式どうしの乗法 → 係数の積に文字の積をかける

（例）　$5x \times 4y$

$= 5 \times x \times 4 \times y$

$= \underline{5 \times 4} \times \underline{x \times y}$

$= 20xy$

問題

次の計算をしなさい。

(1)　$(-2a) \times 4b$

(2)　$3x \times 5xy$

(3)　$(-x^2) \times 4x$

(4)　$(-3a)^2 \times 2b$

解答

(1)　$(-2a) \times 4b = -2 \times 4 \times a \times b$

$= \mathbf{-8ab}$　…(答)

(2)　$3x \times 5xy = 3 \times 5 \times x \times x \times y$

$= \mathbf{15x^2y}$　…(答)

(3)　$(-x^2) \times 4x = -1 \times 4 \times x \times x \times x$

$= \mathbf{-4x^3}$　…(答)

(4)　$(-3a)^2 \times 2b = (-3a) \times (-3a) \times 2b$

$= -3 \times (-3) \times 2 \times a \times a \times b$

$= \mathbf{18a^2b}$　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次の計算をしなさい。

(1)　$3m \times (-6n)$

(2)　$(-ab) \times 7ab$

(3)　$(-3y) \times (-2y^2)$

(4)　$(-5x)^2$

例題 2　単項式の除法

ポイント

● 単項式どうしの除法 → 分数の形か，逆数のかけ算に直して計算

（例）

$$12xy \div 4y = \frac{12xy}{4y} = 3x$$

$$6ab \div \frac{2}{3}a = 6ab \times \frac{3}{2a} = 9b$$

逆数のかけ算

問題

次の計算をしなさい。

(1)　$6x \div 3x$

(2)　$3x^2y \div (-9xy)$

(3)　$\left(-\frac{1}{2}x^3\right) \div \left(-\frac{3}{4}x\right)$

解答

(1)　$6x \div 3x = \frac{6x}{3x}$

$= \mathbf{2}$　…**(答)**

(2)　$3x^2y \div (-9xy) = -\frac{3x^2y}{9xy}$

$= \mathbf{-\frac{1}{3}x}$　…**(答)**

MEMO

(3)　$\left(-\frac{1}{2}x^3\right) \div \left(-\frac{3}{4}x\right) = \left(-\frac{1}{2}x^3\right) \times \left(-\frac{4}{3x}\right)$

$= \boldsymbol{\frac{2}{3}x^2}$　**…(答)**

確認テスト 2

次の計算をしなさい。

(1)　$(-10ab) \div 5a$

(2)　$(-12ab^2) \div 3ab$

(3)　$\left(-\frac{2}{3}xy\right) \div \left(-\frac{1}{6}x\right)$

(4)　$(-3xy^2) \div \frac{1}{3}xy$

例題 3　単項式の乗法・除法

問題

次の計算をしなさい。

(1)　$4a \times 9b \div 6b$

(2)　$(-18x) \div \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{2}x\right)$

(3)　$16xy \div 2y \div (-4x)$

解答

(1)　$4a \times 9b \div 6b = \frac{4a \times 9b}{6b}$

$= \boldsymbol{6a}$　**…(答)**

(2)　$(-18x) \div \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{2}x\right)$

$= (-18x) \times \frac{4}{3xy} \times \left(-\frac{1}{2}x\right)$

$= \boldsymbol{\frac{12x}{y}}$　**…(答)**

MEMO

(3)　$16xy \div 2y \div (-4x) = -\dfrac{16xy}{2y \times 4x}$

$= \mathbf{-2}$　**・・・(答)**

確認テスト 3

次の計算をしなさい。

(1)　$24x^2 \div (-4x) \times (-3x)$

(2)　$\dfrac{2}{3}xy \div (-x) \times \dfrac{1}{6}y$

(3)　$18ab \div 3b \div 2a$

第5講・式の値

例題 1 式の値

問題

$x = -2$，$y = \dfrac{1}{3}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) $(3x - 7y) - 2(x + 6y)$

(2) $15x^2y \div (-3xy)$

ポイント

● 計算量を減らすために，与えられた式を代入しやすい式に整理してから代入する

解答

(1) $(3x - 7y) - 2(x + 6y) = 3x - 7y - 2x - 12y$

$= x - 19y$

$= -2 - 19 \times \dfrac{1}{3}$

$= -\dfrac{6}{3} - \dfrac{19}{3}$

$= \mathbf{-\dfrac{25}{3}}$ **…(答)**

(2) $15x^2y \div (-3xy) = -\dfrac{15x^2y}{3xy}$

$= -5x$

$= -5 \times (-2)$

$= \mathbf{10}$ **…(答)**

MEMO

確認テスト 1

$x = 3$，$y = -1$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) $5(2x + y) - 2(x - 3y)$

(2) $-18xy^2 \div 6y$

第６講・文字式の利用

例題 1　整数についての問題①

ポイント

n を整数とすると

- 連続する整数　：　$\cdots$，$n-1$，n，$n+1$，$n+2$，$\cdots$
- 連続する偶数　：　$\cdots$，$2n-2$，$2n$，$2n+2$，$2n+4$，$\cdots$
- 連続する奇数　：　$\cdots$，$2n-1$，$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$，$\cdots$
- 連続する３の倍数　：　$\cdots$，$3n-3$，$3n$，$3n+3$，$3n+6$，$\cdots$

問題

連続する３つの整数の和は３の倍数になることを説明しなさい。

解答

もっとも小さい整数を n とすると，連続する３つの整数は

n，$n+1$，$n+2$

と表せる。よって，それらの和は

$$
\begin{aligned}
&n+(n+1)+(n+2)\\
&=3n+3\\
&=3(n+1)
\end{aligned}
$$

$n+1$ は整数だから，$3(n+1)$ は３の倍数である。したがって，連続する３つの整数の和は３の倍数になる。

（説明終）

MEMO

確認テスト 1

連続する３つの整数の和は３の倍数になることを次のように説明したい。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑶ を埋めなさい。

【証明】

もっとも小さい整数を n とすると，連続する３つの整数は

n，⑴，⑵

と表せる。よって，それらの和は

$n+($ ⑴ $)+($ ⑵ $)=3($ ⑶ $)$

⑶ は整数だから，$3($ ⑶ $)$ は３の倍数である。したがって，連続する３つの整数の和は３の倍数になる。**（説明終）**

例題 2　整数についての問題②

問題

３でわって１余る数と，３でわって２余る数との和は３でわり切れることを説明しなさい。

ポイント

● 「連続する」などの指定のない２つの数 → それぞれ異なる文字を用いて表す

解答

m，n を整数とすると，３でわって１余る数は $3m+1$，３でわって２余る数は $3n+2$ と表せる。よって，それらの和は

$$(3m+1)+(3n+2)$$
$$=3m+3n+3$$
$$=3(m+n+1)$$

$m+n+1$ は整数だから，$3(m+n+1)$ は３の倍数である。したがって，３でわって１余る数と，３でわって２余る数との和は３でわり切れる。**（説明終）**

MEMO

確認テスト 2

3 でわって 1 余る数と，3 でわって 2 余る数との和は 3 でわり切れることを次のように説明したい。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。

【証明】

m，n を整数とすると，3 でわって 1 余る数は (1) ，3 でわって 2 余る数は (2) と表せる。よって，それらの和は

((1)) + ((2)) = 3((3))

(3) は整数だから，3((3)) は 3 の倍数である。したがって，3 でわって 1 余る数と，3 でわって 2 余る数との和は 3 でわり切れる。**（説明終）**

例題 3　2 けたの自然数に関する問題

問題

2 けたの自然数と，その十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできた 2 けたの自然数との和は 11 の倍数になることを説明しなさい。

ポイント

● 2 けたの自然数 → 十の位を x，一の位を y として，$10x + y$ と表せる

解答

もとの自然数の十の位を x，一の位の数を y とすると，もとの自然数は

$10x + y$

十の位と一の位を入れかえてできた数は

$10y + x$

と表せる。よって，それらの和は

$$\begin{aligned} & (10x + y) + (10y + x) \\ = & \ 11x + 11y \\ = & \ 11(x + y) \end{aligned}$$

$x + y$ は整数だから，$11(x + y)$ は 11 の倍数である。したがって，2 けたの自然数と，その十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできた 2 けたの自然数との和は 11 の倍数になる。**（説明終）**

MEMO

確認テスト 3

2 けたの自然数と，その十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできた 2 けたの自然数との和は 11 の倍数になることを次のように説明したい。このとき，空欄 (1) 〜 (3) を埋めなさい。

【証明】

もとの自然数の十の位を x，一の位の数を y とすると，もとの自然数は

　　(1)

十の位と一の位を入れかえてできた数は

　　(2)

と表せる。よって，それらの和は

$$(\boxed{(1)}) + (\boxed{(2)}) = 11(\boxed{(3)})$$

(3) は整数だから，11((3)) は 11 の倍数である。したがって，2 けたの自然数と，その十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできた 2 けたの自然数との和は 11 の倍数になる。
(説明終)

例題 4　カレンダーの問題

問題

右の図のように，カレンダーの中の 4 つの数を□で囲ったとき，囲まれた 4 つの数の和はつねに 4 の倍数になるわけを説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

ポイント

● いずれかの数を x などの文字でおき，カレンダー上の位置関係をもとに，それ以外の数を x を用いて表す。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

解答

　囲まれた数のうちもっとも小さい数を x とすると，4 つの数は

$$x,\ x+1,\ x+7,\ x+8$$

と表せる。よって，それらの和は

$$\begin{aligned} &x+(x+1)+(x+7)+(x+8) \\ &= 4x+16 \\ &= 4(x+4) \end{aligned}$$

$x+4$ は整数だから，$4(x+4)$ は 4 の倍数である。したがって，囲まれた 4 つの数の和はつねに 4 の倍数になる。**（説明終）**

MEMO

確認テスト 4

右の図のように，カレンダーの中の 4 つの数を□で囲ったとき，囲まれた 4 つの数の和はつねに 4 の倍数になるわけを次のように説明したい。このとき，空欄 $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(4)}$ を埋めなさい。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【証明】

囲まれた数のうちもっとも小さい数を x とすると，4 つの数は

x，$\boxed{(1)}$，$\boxed{(2)}$，$\boxed{(3)}$

と表せる。よって，それらの和は

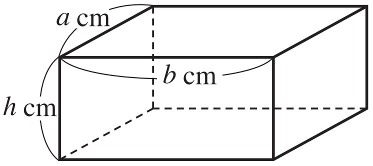
$x+(\boxed{(1)})+(\boxed{(2)})+(\boxed{(3)})=4(\boxed{(4)})$

$\boxed{(4)}$ は整数だから，$4(\boxed{(4)})$ は 4 の倍数である。したがって，囲まれた 4 つの数の和はつねに 4 の倍数になる。**（説明終）**

例題 5　図形に関する問題

問題

右の図のように，縦 a cm，横 b cm，高さ h cm の直方体がある。



(1)　この直方体の体積を a，b，h を使って表しなさい。

(2)　縦，横，高さをそれぞれ 2 倍にすると，直方体の体積は何倍になるか答えなさい。

(3)　縦を 2 倍，横，高さをそれぞれ半分にすると，直方体の体積は何倍になるか答えなさい。

解答

(1)　$a\times b\times h=\boldsymbol{abh}$　$(\mathbf{cm^3})$　…**(答)**

(2)　縦，横，高さをそれぞれ 2 倍にすると，縦 $2a$ cm，横 $2b$ cm，高さ $2h$ cm の直方体になる。よって，その体積は

$2a\times 2b\times 2h=8abh$　$(\mathrm{cm^3})$

よって，もとの直方体の体積と比べると

$8abh\div abh=8$

より，**8 倍**　…**(答)**

MEMO

⑶　縦を 2 倍，横，高さをそれぞれ半分にすると，縦 $2a$ cm，横 $\frac{1}{2}b$ cm，高さ $\frac{1}{2}h$ cm の直方体になる。

よって，その体積は

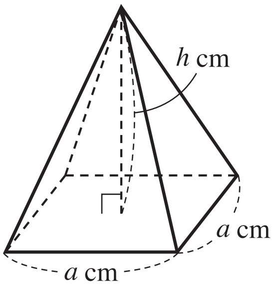
$$2a \times \frac{1}{2}b \times \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}abh \quad (\mathrm{cm}^3)$$

よって，もとの直方体の体積と比べると

$$\frac{1}{2}abh \div abh = \frac{1}{2}$$

より，$\boldsymbol{\frac{1}{2}}$ **倍**　**…(答)**

確認テスト 5



右の図のように，底面が一辺の長さが a cm である正方形で，高さが h cm の正四角錐がある。

⑴　この正四角錐の体積を a，h を使って表しなさい。

⑵　底面の各辺の長さと高さをそれぞれ 2 倍にすると，正四角錐の体積は何倍になるか答えなさい。

⑶　底面の各辺の長さを半分にし，高さを 2 倍にすると，正四角錐の体積は何倍になるか答えなさい。

第７講・等式の変形

例題 1　等式の変形

問題

次の等式を〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$2x + y = 10$〔x〕

(2)　$\ell = 2\pi r$〔r〕

(3)　$S = 5(a + b)$〔a〕

ポイント

● 等式を x について解く → 「$x =$ □」の形に変形する

解答

(1)　$2x + y = 10$

y を移項して

$2x = 10 - y$

両辺を 2 でわって

$$x = 5 - \frac{y}{2}$$ …(答)

(2)　$\ell = 2\pi r$

両辺を入れかえて

$2\pi r = \ell$

両辺を 2π でわって

$$r = \frac{\ell}{2\pi}$$ …(答)

MEMO

(3)　$S = 5(a+b)$

両辺を入れかえて

$5(a+b) = S$

両辺を 5 でわって

$a + b = \frac{S}{5}$

b を移項して

$\boldsymbol{a = \frac{S}{5} - b}$ **・・・(答)**

確認テスト 1

次の等式を〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$2x - y = 6$〔y〕

(2)　$S = \frac{1}{2}ah$〔a〕

(3)　$m = \frac{a+b}{2}$〔a〕

第 8 講・2 元 1 次方程式

例題 1 2 元 1 次方程式

ポイント

● 2 元(げん) 1 次方程式 ： 2 つの文字をふくむ 1 次方程式。
2 元 1 次方程式を成り立たせる文字の値の組を，2 元 1 次方程式の解(かい)という。

（例）2 元 1 次方程式 $2x + y = 8$ の解

x	0	1	2	3
y	8	6	4	2

● 連立方程式(れんりつ) ： 2 つ以上の方程式を組み合わせたもの。
組み合わせたどの方程式も成り立たせる文字の値の組を解といい，解を求めることを，連立方程式を解(と)くという。

（例）連立方程式 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ の解は $x = 1$，$y = 2$ のみ

問 題

次の問いに答えなさい。

(1) 2 元 1 次方程式 $2x + 3y = 7$ の解として適切なものを，以下のア～エから**すべて**選びなさい。

ア $x = 1$，$y = -3$ イ $x = -1$，$y = 3$ ウ $x = 2$，$y = 1$ エ $x = -2$，$y = 4$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 3x + y = 5 & \cdots① \\ x - y = -1 & \cdots② \end{cases}$ の解として適切なものを，以下のア～ウから 1 つ選びなさい。

ア $x = 2$，$y = 3$ イ $x = 2$，$y = -1$ ウ $x = 1$，$y = 2$

解 答

(1)　ア〜エの値を方程式の左辺にそれぞれ代入し，等式が成り立つかどうか調べる。

$x=1$，$y=-3$ のとき

$2x+3y=2\times1+3\times(-3)=-7$

$x=-1$，$y=3$ のとき

$2x+3y=2\times(-1)+3\times3=7$

$x=2$，$y=1$ のとき

$2x+3y=2\times2+3\times1=7$

$x=-2$，$y=4$ のとき

$2x+3y=2\times(-2)+3\times4=8$

よって

イ，ウ　…(答)

(2)　ア〜ウの値を 2 つの方程式に代入したとき，ともに成り立つものを調べる。

$x=2$，$y=3$ を①の左辺に代入すると

$3x+y=3\times2+3=9$

となるので①は成り立たない。

$x=2$，$y=-1$ を②の左辺に代入すると

$x-y=2-(-1)=3$

となるので②は成り立たない。

$x=1$，$y=2$ を①の左辺に代入すると

$3x+y=3\times1+2=5$

となり，①は成り立つ。

$x=1$，$y=2$ を②の左辺に代入すると

$x-y=1-2=-1$

となり，②も成り立つ。よって

ウ　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次の問いに答えなさい。

(1)　2 元 1 次方程式 $x-3y=1$ の解として適切なものを，以下のア〜エから**すべて**選びなさい。

ア　$x=2$，$y=1$　　イ　$x=4$，$y=1$　　ウ　$x=-1$，$y=1$　　エ　$x=-2$，$y=-1$

(2)　連立方程式 $\begin{cases} x+y=-2 & \cdots① \\ 2x-3y=1 & \cdots② \end{cases}$ の解として適切なものを，以下のア〜ウから 1 つ選びなさい。

ア　$x=1$，$y=-3$　　イ　$x=2$，$y=1$　　ウ　$x=-1$，$y=-1$

第９講・連立方程式の解き方

例題 1　加減法①

ポイント

● x，y をふくむ連立方程式から x（または y）をふくまない方程式をつくることを，x（または y）を**消去**（しょうきょ）**する**という。

● 加減法（かげんほう）： 連立方程式の左辺どうし，右辺どうしを，それぞれ加えたりひいたりして 1 つの文字を消去する方法。

（例） $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 5y = -3 \end{cases}$

$$\begin{array}{rrcr} & x + 2y & = & 4 \\ -) & x - 5y & = & -3 \\ \hline & 7y & = & 7 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{rrcl} & A & = & B \\ -) & C & = & D \\ \hline & A - C & = & B - D \end{array}}$$

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x - 3y = 7 & \cdots① \\ 2x + 3y = -4 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 2y = 3 & \cdots① \\ x - 4y = -9 & \cdots② \end{cases}$

解答

MEMO

(1)　①と②の左辺どうし，右辺どうしを加えると

$$\begin{array}{rrcr} & x-3y &=& 7 \\ +) & 2x+3y &=& -4 \\ \hline & 3x &=& 3 \end{array}$$

$$x = 1$$

$x = 1$ を②に代入すると

$$2\times 1+3y=-4$$
$$3y=-6$$
$$y=-2$$

よって

$x = 1$，$y = -2$　…(答)

(2)　①の両辺から②の両辺をひくと

$$\begin{array}{rrcr} & x+2y &=& 3 \\ -) & x-4y &=& -9 \\ \hline & 6y &=& 12 \end{array}$$

$$y = 2$$

$y = 2$ を①に代入すると

$$x+2\times 2=3$$
$$x=-1$$

よって

$x = -1$，$y = 2$　…(答)

確認テスト 1

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots① \\ x-y=2 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+2y=6 & \cdots① \\ 3x+2y=10 & \cdots② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+3y=12 & \cdots① \\ -2x-y=-8 & \cdots② \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x-y=3 & \cdots① \\ 3x+4y=18 & \cdots② \end{cases}$

例題 2　加減法②

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 & \cdots ① \\ 5x - 6y = -35 & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x - 3y = 13 & \cdots ① \\ 5x + 2y = 4 & \cdots ② \end{cases}$

ポイント

- 連立方程式の 2 つの方程式で，x，y のいずれの係数もそろっていないときは，方程式の両辺を何倍かして x，y のどちらかの係数をそろえるとよい

解答

(1) ①×3　$9x + 6y = 21$

②　$+)\ 5x - 6y = -35$

$14x = -14$

$x = -1$

$x = -1$ を①に代入すると

$3 \times (-1) + 2y = 7$

$2y = 10$

$y = 5$

よって

$\boldsymbol{x = -1,\ y = 5}$　**…(答)**

(2) ①×2　$4x - 6y = 26$

②×3　$+)\ 15x + 6y = 12$

$19x = 38$

$x = 2$

$x = 2$ を②に代入すると

$5 \times 2 + 2y = 4$

$2y = -6$

$y = -3$

よって

$\boldsymbol{x = 2,\ y = -3}$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x - y = 4 & \cdots ① \\ 3x + 2y = -1 & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x - 4y = -1 & \cdots ① \\ 3x - 7y = 7 & \cdots ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 & \cdots ① \\ 5x - 2y = -12 & \cdots ② \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 & \cdots ① \\ 4x + 3y = 13 & \cdots ② \end{cases}$

例題 3　代入法

ポイント

● 代入法（だいにゅうほう）： 連立方程式で，一方の式を他方の式に代入することによって文字を消去する解き方

（例）$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

$x - 3\boxed{y} = -5$

↓ $y = -2x + 4$ を代入

$x - 3\boxed{(-2x + 4)} = -5$

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x - 7y = 2 & \cdots ① \\ x = 4y & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y = x + 5 & \cdots ① \\ y = 3x - 1 & \cdots ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2y = x + 1 & \cdots ① \\ x + 2y = 11 & \cdots ② \end{cases}$

解答

MEMO

⑴　②を①に代入すると

$2 \times 4y - 7y = 2$

$8y - 7y = 2$

$y = 2$

$y = 2$ **を②に代入すると**

$x = 4 \times 2$

$= 8$

よって

$\boldsymbol{x = 8,\ y = 2}$　**…(答)**

⑵　②を①に代入すると

$3x - 1 = x + 5$

$3x - x = 5 + 1$

$2x = 6$

$x = 3$

$x = 3$ **を①に代入すると**

$y = 3 + 5$

$= 8$

よって

$\boldsymbol{x = 3,\ y = 8}$　**…(答)**

⑶　①を②に代入すると

$x + (x + 1) = 11$

$x + x = 11 - 1$

$2x = 10$

$x = 5$

$x = 5$ **を①に代入すると**

$2y = 5 + 1$

$2y = 6$

$y = 3$

よって

$\boldsymbol{x = 5,\ y = 3}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x + 2y = 21 & \cdots ① \\ x = 2y - 9 & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y = 5 - 4x & \cdots ① \\ -2x - 3y = 15 & \cdots ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y = 2x - 9 & \cdots ① \\ y = -x + 6 & \cdots ② \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x = -4y - 10 & \cdots ① \\ 3x + 8y = -2 & \cdots ② \end{cases}$

[メモ]

第10講・いろいろな連立方程式

例題 1　かっこをふくむ連立方程式

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x + 2(y - 2) = 5 & \cdots① \\ x + 3y = 12 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x - 2(x + y) = 2 & \cdots① \\ x = 4y + 4 & \cdots② \end{cases}$

ポイント

● かっこをふくむ連立方程式 → かっこをはずして式を整理してから解く

解答

(1) ①の左辺のかっこをはずすと

$x + 2y - 4 = 5$

$x + 2y = 9 \quad \cdots③$

② $\quad x + 3y = 12$

③ $\quad -)\ x + 2y = 9$

$y = 3$

$y = 3$ を③に代入すると

$x + 2 \times 3 = 9$

$x = 3$

よって

$\boldsymbol{x = 3, \ y = 3}$ …(答)

MEMO

⑵　①の左辺のかっこをはずすと

$$x-2x-2y=2$$
$$-x-2y=2 \quad \cdots③$$

②を③に代入すると

$$-(4y+4)-2y=2$$
$$-4y-4-2y=2$$
$$-6y=6$$
$$y=-1$$

$y=-1$ を②に代入すると

$$x=4\times(-1)+4$$
$$=0$$

よって

$x=0$，$y=-1$ 　…（答）

確認テスト 1

次の連立方程式を解きなさい。

⑴ $\begin{cases} 5x-3y=-1 & \cdots① \\ x-3(x-y)=4 & \cdots② \end{cases}$

⑵ $\begin{cases} 3(x-y)=2x-4 & \cdots① \\ y=2x-7 & \cdots② \end{cases}$

例題 2　分数をふくむ連立方程式

問題

次の連立方程式を解きなさい。

⑴ $\begin{cases} 2x-3y=4 & \cdots① \\ \dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}y=4 & \cdots② \end{cases}$

⑵ $\begin{cases} 4x-3y=-16 & \cdots① \\ \dfrac{x+y}{2}=5 & \cdots② \end{cases}$

ポイント

● 分数をふくむ連立方程式 → 両辺を何倍かして分母をはらってから解く

解答

MEMO

(1)　②の両辺を 4 倍すると

$$\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}y\right)\times 4=4\times 4$$

$$3x-2y=16 \quad \cdots③$$

$$\begin{array}{lrl} ①\times 2 & 4x-6y= & 8 \\ ③\times 3 & -)\ \ 9x-6y= & 48 \\ \hline & -5x\qquad = & -40 \end{array}$$

$$x=8$$

$x=8$ を①に代入すると

$$2\times 8-3y=4$$

$$-3y=-12$$

$$y=4$$

よって

$\boldsymbol{x=8,\ y=4}$　**…(答)**

(2)　②の両辺を 2 倍すると

$$\frac{x+y}{2}\times 2=5\times 2$$

$$x+y=10 \quad \cdots③$$

$$\begin{array}{lrl} ① & 4x-3y= & -16 \\ ②\times 3 & +)\ \ 3x+3y= & 30 \\ \hline & 7x\qquad = & 14 \end{array}$$

$$x=2$$

$x=2$ を③に代入すると

$$2+y=10$$

$$y=8$$

よって

$\boldsymbol{x=2,\ y=8}$　**…(答)**

確認テスト 2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x+\dfrac{3}{4}y=-10 & \cdots① \\ 5x-3y=-6 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 7x-2y=-9 & \cdots① \\ \dfrac{2x-3y}{3}=4 & \cdots② \end{cases}$

例題 3　小数をふくむ連立方程式

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x + 0.3y = -2.4 & \cdots① \\ 3x - y = -11 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.5x - 0.4y = 1 & \cdots① \\ x = 4y + 2 & \cdots② \end{cases}$

ポイント

- 小数をふくむ連立方程式 → 係数が整数になるように両辺を何倍かしてから解く

解答

(1) ①の両辺を 10 倍すると

$(x + 0.3y) \times 10 = -2.4 \times 10$

$10x + 3y = -24 \quad \cdots③$

$$\begin{array}{lrl} ③ & & 10x + 3y = -24 \\ ② \times 3 & +) & 9x - 3y = -33 \\ \hline & & 19x \qquad = -57 \\ & & \qquad x = -3 \end{array}$$

$x = -3$ を②に代入すると

$3 \times (-3) - y = -11$

$-y = -2$

$y = 2$

よって

$x = -3$，$y = 2$ …(答)

MEMO

(2)　①の両辺を 10 倍すると

$(0.5x - 0.4y) \times 10 = 1 \times 10$

$5x - 4y = 10$　…③

②を③に代入すると

$5(4y + 2) - 4y = 10$

$20y + 10 - 4y = 10$

$16y = 0$

$y = 0$

$y = 0$ を②に代入すると

$x = 4 \times 0 + 2$

$= 2$

よって

$\boldsymbol{x = 2,\ y = 0}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 0.7x - 0.2y = 4 & \cdots① \\ -x + 5y = -1 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y = -x + 15 & \cdots① \\ 0.3x + 0.2y = 4 & \cdots② \end{cases}$

例題 4　$A = B = C$ の形の連立方程式

問題

次の方程式を解きなさい。

(1)　$x - y = 2x + y = 3$

(2)　$5x + 3y = 3x + y = x + 2y + 9$

ポイント

● $A = B = C$ の形の連立方程式は

$\begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases}$　$\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases}$　$\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$

の，どの組み合わせをつくって解いてもよい。

解答

(1) $\begin{cases} x-y=3 & \cdots① \\ 2x+y=3 & \cdots② \end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ① & & x-y=3 \\ ② & +) & 2x+y=3 \\ \hline & & 3x \quad = 6 \\ & & x=2 \end{array}$$

$x=2$ を②に代入すると

$2\times 2+y=3$

$y=-1$

よって

$\boldsymbol{x=2,\ y=-1}$ **…(答)**

(2) $\begin{cases} 5x+3y=3x+y & \cdots① \\ 5x+3y=x+2y+9 & \cdots② \end{cases}$

とする。①を整理すると

$2x+2y=0$

$x+y=0 \quad \cdots③$

②を整理すると

$4x+y=9 \quad \cdots④$

$$\begin{array}{lrl} ③ & & x+y=\ \ 0 \\ ④ & -) & 4x+y=\ \ 9 \\ \hline & & -3x \quad =-9 \\ & & x=\ \ 3 \end{array}$$

$x=3$ を③に代入すると

$3+y=0$

$y=-3$

よって

$\boldsymbol{x=3,\ y=-3}$ **…(答)**

MEMO

確認テスト 4

次の方程式を解きなさい。

(1) $2x+y=x+2y=-6$

(2) $4x-5y=5x-3y=3x-2y-10$

第11講・解が与えられた連立方程式

例題1 解が与えられた連立方程式

問題

連立方程式 $\begin{cases} ax + by = -5 \\ bx + ay = 4 \end{cases}$ の解が，$x = 2$，$y = -1$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

ポイント

- 解の値を与えられた連立方程式
  → 解を方程式に代入して，求めたい文字についての連立方程式を立てる

解答

それぞれの2元1次方程式に $x = 2$，$y = -1$ を代入すると

$$\begin{cases} 2a - b = -5 & \cdots① \\ 2b - a = 4 & \cdots② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrr} ① & 2a - b = & -5 \\ ②\times 2 & +)\ -2a + 4b = & 8 \\ \hline & 3b = & 3 \\ & b = & 1 \end{array}$$

$b = 1$ を②に代入して a の値を求めると

$$2 \times 1 - a = 4$$
$$-a = 2$$
$$a = -2$$

よって

$a = -2$，$b = 1$ …(答)

MEMO

確認テスト1

連立方程式 $\begin{cases} ax + by = 12 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ の解が，$x = 3$，$y = -2$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

第12講・連立方程式の利用

例題 1 個数と代金の問題

問題

1個150円のりんごと1個80円のみかんを合わせて8個買ったところ，代金の合計は850円だった。りんごとみかんをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

ポイント

● りんごを x 個，みかんを y 個買ったとして，個数と代金についての連立方程式をつくる

	りんご	みかん	合計
個数（個）	x	y	8
代金（円）	$150\times x$	$80\times y$	850

解答

りんごを x 個，みかんを y 個買ったとすると

$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots① \\ 150x+80y=850 & \cdots② \end{cases}$$

①×80　$80x+80y=640$

②　$-)\ 150x+80y=850$

$-70x=-210$

$x=3$

①に $x=3$ を代入して

$y=8-3$

$=5$

これらは問題に適している。よって

りんご：3個，みかん：5個　…(答)

MEMO

確認テスト 1

1個150円のりんごと1個80円のみかんを合わせて8個買ったところ，代金の合計は850円だった。りんごとみかんをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

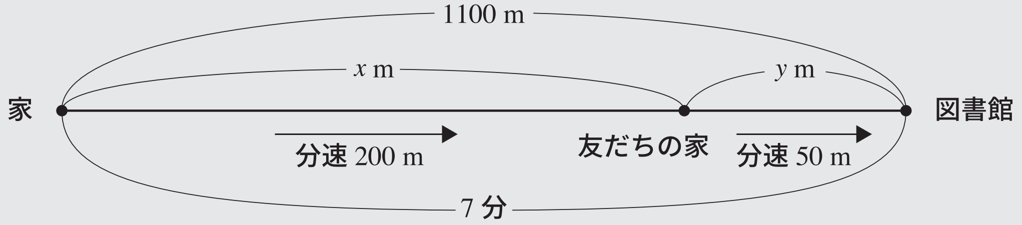
例題 2　道のり・速さ・時間の問題①

問題

A 君は 9 時に家を出て，1100 m 離れた図書館へ向かった。はじめは自転車に乗り分速 200 m の速さで進み，途中，友だちの家に自転車をおいて分速 50 m の速さで歩いたら，図書館に 9 時 7 分に着いた。このとき，自転車で進んだ道のりと歩いた道のりを求めなさい。

ポイント

● 自転車で進んだ道のりを x m，歩いた道のりを y m とおいて，道のりと時間についての連立方程式をつくる



	自転車で進んだとき	歩いたとき	合計
道のり（m）	x	y	1100
速さ（m/min）	200	50	
時間（分）	$\frac{x}{200}$	$\frac{y}{50}$	7

解答

A 君の家から友だちの家までの道のりを x m，友だちの家から図書館までの道のりを y m とすると

$$\begin{cases} x + y = 1100 & \cdots ① \\ \dfrac{x}{200} + \dfrac{y}{50} = 7 & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} ① & x + y = & 1100 \\ ② \times 200 & -)\ x + 4y = & 1400 \\ \hline & -3y = & -300 \\ & y = & 100 \end{array}$$

①に $y = 100$ を代入すると

$$x + 100 = 1100$$
$$x = 1000$$

これらは問題に適している。よって

自転車で進んだ道のり：**1000 m**
歩いた道のり：**100 m**　…(答)

MEMO

確認テスト 2

A 君は 9 時に家を出て，1100 m 離れた図書館へ向かった。はじめは自転車に乗り分速 200 m の速さで進み，途中，友だちの家に自転車をおいて分速 50 m の速さで歩いたら，図書館に 9 時 7 分に着いた。このとき，自転車で進んだ道のりと歩いた道のりを求めなさい。

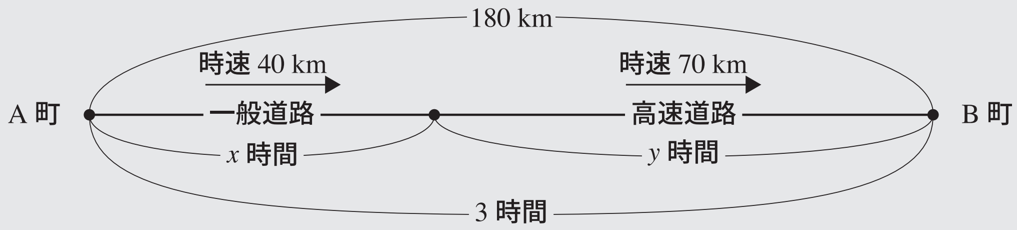
例題 3　道のり・速さ・時間の問題②

問題

A 町から 180 km 離れた B 町まで行くのに，途中で高速道路を利用した。一般道路では時速 40 km，高速道路では時速 70 km の速さで走ったら，3 時間かかった。このとき，一般道路と高速道路を走った時間をそれぞれ求めなさい。

ポイント

● 一般道路を x 時間，高速道路を y 時間走ったとして，道のりと時間についての連立方程式をつくる



	一般道路	高速道路	合計
速さ（km/h）	40	70	
時間（時）	x	y	3
道のり（km）	$40 \times x$	$70 \times y$	180

解答

一般道路を x 時間，高速道路を y 時間走ったとすると

$$\begin{cases} x + y = 3 & \cdots ① \\ 40x + 70y = 180 & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} ① \times 70 & & 70x + 70y = 210 \\ ② & -) & 40x + 70y = 180 \\ \hline & & 30x \qquad\;\; = 30 \\ & & \qquad\qquad x = 1 \end{array}$$

$x = 1$ を①に代入すると

$$1 + y = 3$$
$$y = 2$$

これらは問題に適している。よって

一般道路：1 時間
高速道路：2 時間 …(答)

MEMO

確認テスト 3

A 町から 180 km 離れた B 町まで行くのに，途中で高速道路を利用した。一般道路では時速 40 km，高速道路では時速 70 km の速さで走ったら，3 時間かかった。このとき，一般道路と高速道路を走った時間をそれぞれ求めなさい。

例題 4　割合の問題

問題

ある中学校で図書館の利用者数を調べたところ，先週は男女合わせて 130 人であった。今週は先週に比べて男子が 5% 減り，女子が 10% 増え，全体で 4 人増えた。今週の男子，女子の人数をそれぞれ求めなさい。

ポイント

● 先週の男子の利用者数を x 人，女子の利用者数を y 人として，先週の人数と増減した人数についての連立方程式をつくる

	男子	女子	合計
先週の人数（人）	x	y	130
増減した人数（人）	$-\frac{5}{100}\times x$	$\frac{10}{100}\times y$	4

解答

先週の男子の利用者数を x 人，女子の利用者数を y 人とすると

$$\begin{cases} x+y=130 & \cdots① \\ -\frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=4 & \cdots② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} ①\times 5 & 5x+5y= & 650 \\ ②\times 100 & +)\ -5x+10y= & 400 \\ \hline & 15y= & 1050 \\ & y= & 70 \end{array}$$

①に $y=70$ を代入すると

$$x+70=130$$
$$x=60$$

したがって

今週の男子の人数　$60\times\frac{95}{100}=57$（人）

今週の女子の人数　$70\times\frac{110}{100}=77$（人）

MEMO

これらは問題に適している。よって

今週の男子：57 人
今週の女子：77 人　…(答)

確認テスト 4

ある中学校で図書館の利用者数を調べたところ，先週は男女合わせて 130 人であった。今週は先週に比べて男子が 5% 減り，女子が 10% 増え，全体で 4 人増えた。今週の男子，女子の人数をそれぞれ求めなさい。

例題 5　食塩水の問題

問題

5% の食塩水と 10% の食塩水を混ぜて，8% の食塩水を 500 g つくりたい。それぞれ何 g ずつ混ぜればよいか求めなさい。

ポイント

● 5% の食塩水を x g，10% の食塩水を y g として，食塩水の重さと食塩の重さについての連立方程式をつくる

	5% の食塩水	10% の食塩水	合計
食塩水の重さ（g）	x	y	500
食塩の重さ（g）	$\frac{5}{100}\times x$	$\frac{10}{100}\times y$	$500\times\frac{8}{100}$

解答

5% の食塩水を x g，10% の食塩水を y g とする。
8% の食塩水 500 g にふくまれる食塩は

$$500\times\frac{8}{100}=40\ \text{(g)}$$

であるから

MEMO

$$\begin{cases} x + y = 500 & \cdots① \\ \dfrac{5}{100}x + \dfrac{10}{100}y = 40 & \cdots② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} ①\times 10 & & 10x + 10y = 5000 \\ ②\times 100 & -) & 5x + 10y = 4000 \\ \hline & & 5x \qquad\;\; = 1000 \\ & & \qquad\quad x = 200 \end{array}$$

①に $x = 200$ を代入すると

$$200 + y = 500$$
$$y = 300$$

これらは問題に適している。よって

5% の食塩水　：200 g
10% の食塩水：300 g　・・・(答)

確認テスト 5

5% の食塩水と 10% の食塩水を混ぜて，8% の食塩水を 500 g つくりたい。それぞれ何 g ずつ混ぜればよいか求めなさい。

例題 6　2 けたの整数についての問題

問題

2 けたの自然数がある。この数の十の位の数は一の位の数の 2 倍より 1 大きい。また，十の位の数を一の位の数と入れかえてできる 2 けたの自然数は，もとの数より 36 小さくなる。もとの自然数を求めなさい。

ポイント

● もとの自然数について，十の位の数を x，一の位の数を y とすると
　もとの自然数　→ $10x + y$
　十の位の数を一の位の数と入れかえてできる数 → $10y + x$
と表せる。

解答

もとの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とする。この数の十の位の数は一の位の数の 2 倍より 1 大きいので

$x = 2y + 1$　・・・①

また，十の位の数を一の位の数と入れかえてできる数は，もとの数より 36 小さくなるので

$$\begin{aligned} 10y + x &= (10x + y) - 36 \\ 10y + x &= 10x + y - 36 \\ -9x + 9y &= -36 \\ x - y &= 4 \quad \cdots② \end{aligned}$$

①を②に代入すると

$$\begin{aligned} (2y + 1) - y &= 4 \\ 2y + 1 - y &= 4 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$y = 3$ を①に代入すると

$$\begin{aligned} x &= 2 \times 3 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

これらは問題に適している。よって，求める 2 けたの自然数の十の位の数は 7，一の位の数は 3 なので

73　・・・(答)

MEMO

確認テスト 6

2 けたの自然数がある。この数の十の位の数は一の位の数の 2 倍より 1 大きい。また，十の位の数を一の位の数と入れかえてできる 2 けたの自然数は，もとの数より 36 小さくなる。もとの自然数を求めなさい。

第13講・1次関数

例題 1　1次関数①

ポイント

● y が x の関数で，y が x の1次式で表されるとき，y は x の1次関数であるという。
1次関数は，次のように表すことができる。

$y = ax + b$　$(a \neq 0)$

（例）$y = -3x + 1$ と表されるとき，y は x の1次関数である。

問題

水そうに3Lの水が入っている。この水そうに毎分2Lの割合で水を入れるとき，水を入れ始めてから x 分後の水そうの水の量を，y Lとする。次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。
⑵　水を入れ始めてから12分後の水そうの水の量は何Lか答えなさい。
⑶　水そうの水の量が21Lとなるのは，水を入れ始めてから何分後か答えなさい。

解答

⑴　水は1分間に2Lずつ入るから，x 分間で入る量は

$2 \times x = 2x$（L）

最初に入っている水の量は3Lなので

$\boldsymbol{y = 2x + 3}$　**…(答)**

⑵　$y = 2x + 3$ に $x = 12$ を代入すると

$y = 2 \times 12 + 3$
$= 27$

よって

27 L　…(答)

MEMO

⑶　$y = 2x + 3$ に $y = 21$ を代入すると

$$21 = 2x + 3$$
$$-2x = -18$$
$$x = 9$$

よって

9 分後　…(答)

確認テスト 1

1 分間に 0.2 cm ずつ燃える，長さ 15 cm のろうそくがある。このろうそくに火をつけてから x 分後の残りの長さを y cm とするとき，次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。

⑵　火をつけてから 15 分後のろうそくの長さを求めなさい。

⑶　残りの長さが 3 cm になるのは，火をつけてから何分後か求めなさい。

例題 2　1 次関数②

問題

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 1 次関数であるかどうか答えなさい。

⑴　100 g の絵の具のうち，x g を使ったときの残りの量を y g とする。

⑵　1 辺が x cm の正三角形の周の長さを y cm とする。

⑶　面積が 40 cm^2 の三角形の高さを x cm，底辺を y cm とする。

ポイント

● 与えられた数量関係を式に表し y について解くと $y = ax + b$ $(a \fallingdotseq 0)$ の形で表されるとき，y は x の 1 次関数である。

解答

⑴　100 g のうち x g 使ったので，残りの量は $(100 - x)$ g である。よって

$\boldsymbol{y = -x + 100}$　**…(答)**

となり，$y = ax + b$ の形で表されるので

1 次関数である　…(答)

MEMO

⑵　正三角形の 3 辺の長さがすべて x cm なので，周の長さは $3x$ cm である。よって

$\boldsymbol{y = 3x}$　**…(答)**

となり，$y = ax + b$ の形で表されるので

1 次関数である　…(答)

⑶　高さが x cm，底辺が y cm の三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times x \times y = \frac{xy}{2} \quad (\mathrm{cm}^2)$$

と表せる。よって

$$\frac{xy}{2} = 40$$

$\boldsymbol{y = \dfrac{80}{x}}$　**…(答)**

となり，$y = ax + b$ の形ではないので

1 次関数ではない　…(答)

確認テスト 2

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 1 次関数であるかどうか答えなさい。

⑴　重さが 50 g の箱に 1 個 10 g の玉を x 個入れたときの全体の重さを y g とする。

⑵　半径が x cm の円の面積を y cm^2 とする。ただし，円周率は π とする。

⑶　縦 10 cm，横 x cm の長方形の周の長さを y cm とする。

例題 3　変化の割合

ポイント

● 変化の割合 ： x の増加量に対する y の増加量の割合。
1 次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は一定で，a に等しい。

$$（変化の割合）= \frac{（y \text{ の増加量}）}{（x \text{ の増加量}）} = a$$

このことから，次の式も成り立つ。
（y の増加量）$= a \times$（x の増加量）

（例）1 次関数 $y = 2x + 1$ の変化の割合

+1　　+2

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-3	-1	1	3	5	…

+2　　+4

問題

1 次関数 $y = -2x + 1$ について，次の問いに答えなさい。
(1) 変化の割合を答えなさい。
(2) x の値が 2 から 4 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

解答

(1) **-2　…(答)**

(2) 変化の割合が -2，x の増加量が 2 なので
（y の増加量）$= -2 \times 2$
$= \mathbf{-4}$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 3

1 次関数 $y = 5x + 7$ について，次の問いに答えなさい。
(1) 変化の割合を答えなさい。
(2) x の値が -3 から 1 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

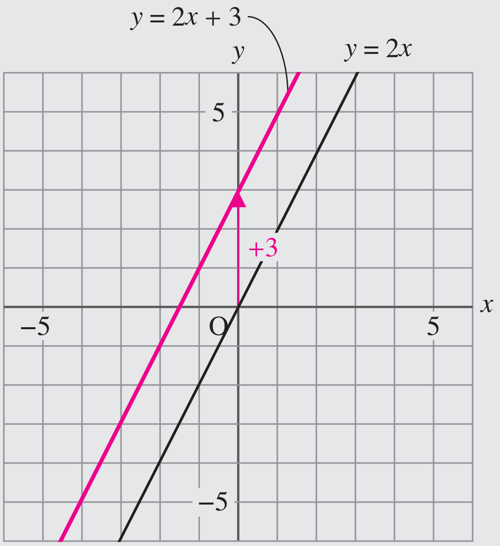
第14講・1次関数のグラフ

例題1　1次関数のグラフ①

ポイント

● 1次関数 $y = ax + b$ のグラフは，$y = ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動させた直線である。このとき，a をグラフの傾き，b をグラフの切片（せっぺん）という。

（例）1次関数 $y = 2x + 3$ のグラフは右の図のようになる。
→ グラフの傾きは 2，切片は 3



問題

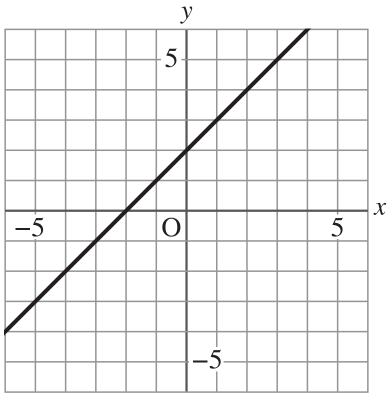
次の1次関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y = x + 2$

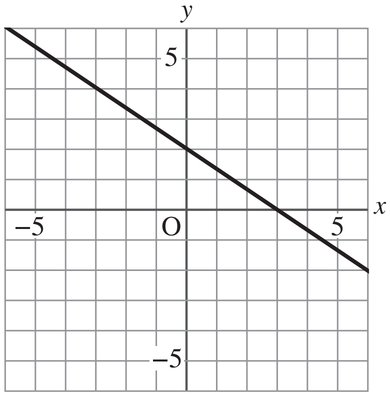
(2)　$y = -\frac{2}{3}x + 2$

解答

(1)



(2)



MEMO

確認テスト 1

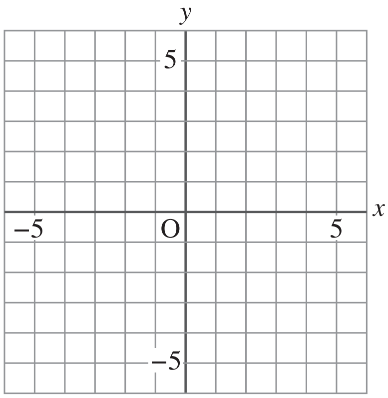
次の 1 次関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y = 2x - 5$

(2)　$y = -x - 1$

(3)　$y = \frac{3}{4}x + 1$

(4)　$y = -\frac{2}{5}x - 3$



例題 2　1 次関数のグラフ②

問題

次のそれぞれにあてはまる 1 次関数をア〜オの中から**すべて**選びなさい。

⑴　グラフの傾きが 2 である。

⑵　グラフが点 $(0,\ -4)$ を通る。

⑶　グラフは右下がりの直線である。

⑷　直線 $y = 5x + 3$ と平行である。

ア　$y = -2x + 3$　　イ　$y = 2x + 3$　　ウ　$y = 5x - 4$

エ　$y = \dfrac{1}{2}x - 3$　　オ　$y = -\dfrac{2}{3}x + 2$

解答

⑴　**イ　…(答)**

⑵　グラフが点 $(0,\ -4)$ を通るとき，切片は -4 である。よって

ウ　…(答)

⑶　グラフが右下がりになるのは傾きが負のときなので

ア，オ　…(答)

⑷　2 直線が平行であるとき，グラフの傾きは等しいので

ウ　…(答)

MEMO

確認テスト 2

次のそれぞれにあてはまる 1 次関数をア〜オの中から**すべて**選びなさい。

(1) グラフの傾きが -1 である。

(2) 直線 $y = 2x + 5$ と y 軸上で交わる。

(3) x が増加すると y が増加する。

(4) 直線 $y = -\frac{1}{3}x - 1$ と平行である。

ア　$y = -x + 1$　　イ　$y = 2x - 1$　　ウ　$y = -2x + 5$

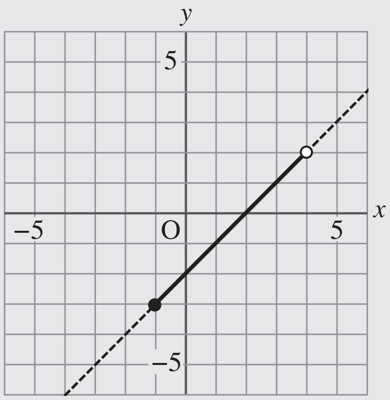
エ　$y = \frac{3}{4}x - 3$　　オ　$y = -\frac{1}{3}x + 5$

例題 3 変域

ポイント

● 1 次関数の変域（へんいき）：グラフをかいて考える
ふくむ点は●，ふくまない点は○で表す

（例）$y = x - 2$ において，x の変域が $-1 \leqq x < 4$ のときのグラフは右の図のようになる。よって，このとき，y の変域は $-3 \leqq y < 2$ である。



問題

次の問いに答えなさい。

(1) 1 次関数 $y = 3x - 5$ において，$x \geqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

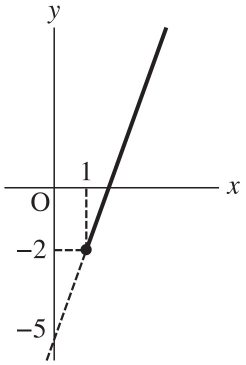
(2) 1 次関数 $y = 2x + 2$ において，x の変域が $-3 < x < -1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(3) 1 次関数 $y = -x + 4$ において，x の変域が $-1 \leqq x < 5$ のとき，y の変域を求めなさい。

解答

MEMO

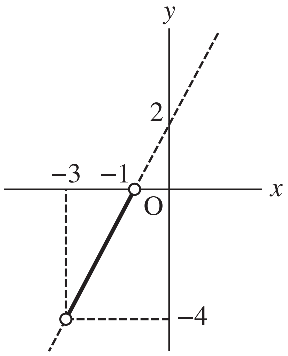
⑴　グラフは下の図のようになる。



$x = 1$ のとき $y = -2$ なので

　　$\boldsymbol{y \geqq -2}$　**…(答)**

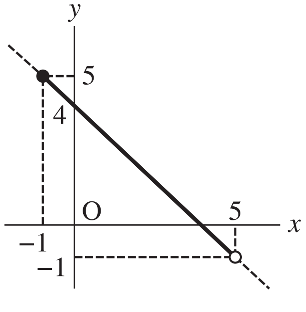
⑵　グラフは下の図のようになる。



$x = -3$ のとき $y = -4$，$x = -1$ のとき $y = 0$ なので

　　$\boldsymbol{-4 < y < 0}$　**…(答)**

⑶　グラフは下の図のようになる。



$x = -1$ のとき $y = 5$，$x = 5$ のとき $y = -1$ なので

　　$\boldsymbol{-1 < y \leqq 5}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の問いに答えなさい。

(1) 1 次関数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ において，$x \leqq 6$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 1 次関数 $y = -2x + 1$ において，x の変域が $0 < x < 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

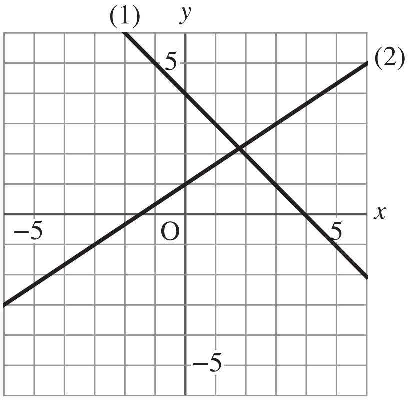
(3) 1 次関数 $y = -3x - 4$ において，x の変域が $-3 < x \leqq -1$ のとき，y の変域を求めなさい。

第15講・１次関数の式の求め方

例題１　グラフから求める方法

問題

次の図の直線の式を求めなさい。



ポイント

● 1 次関数のグラフから式を求める

→ グラフの切片：1 次関数と y 軸（じく）との交点の y 座標を読み取る

グラフの傾き：右へ 1 進むとき，上下にいくつ進んでいるか読み取る

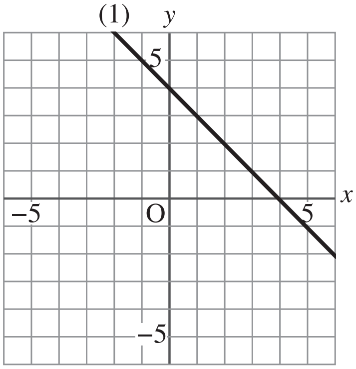
解答

(1)　y 軸上の点 (0，4) を通るから，切片は 4 である。また，この直線は，右へ 1 だけ進むと下へ 1 だけ進むから，傾きは –1 である。

したがって，求める直線の式は

$y = -x + 4$　…(答)

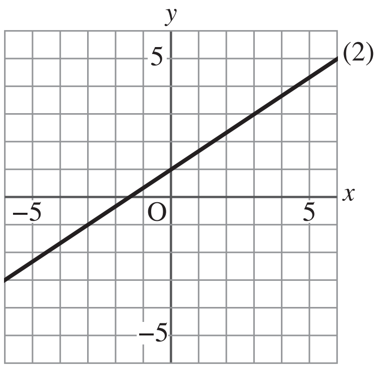
MEMO



⑵　y 軸上の点 (0，1) を通るから，切片は 1 である。また，この直線は，右へ 3 だけ進むと上へ 2 だけ進むから，傾きは $\frac{2}{3}$ である。

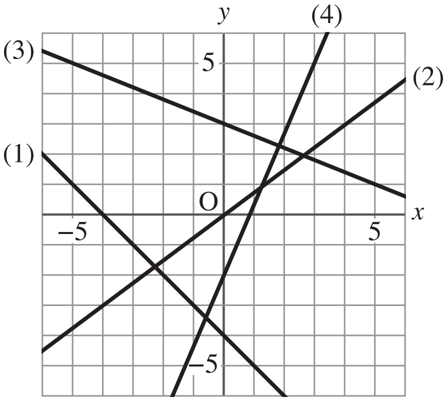
したがって，求める直線の式は

$\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x + 1}$　**…(答)**



確認テスト 1

次の図の直線の式を求めなさい。



例題 2　傾き（切片）と 1 点の座標から求める方法

ポイント

- 傾きと 1 点の座標が与えられた 1 次関数の式を求める
  → 切片を b とおき，1 次関数の式に与えられた点の座標を代入して b の値を求める

  （例）グラフの傾きが 2 で，点 $(1, -1)$ を通る 1 次関数
  　　→ 求める式を $y = 2x + b$ とおき，$x = 1$，$y = -1$ を代入して b の値を求める

- 切片と 1 点の座標が与えられた 1 次関数の式を求める
  → 傾きを a とおき，1 次関数の式に与えられた点の座標を代入して a の値を求める

  （例）グラフの切片が -3 で，点 $(3, 2)$ を通る 1 次関数
  　　→ 求める式を $y = ax - 3$ とおき，$x = 3$，$y = 2$ を代入して a の値を求める

問題

次の条件をみたす 1 次関数の式を求めなさい。

(1)　グラフの傾きが 1 で，点 $(-4, -6)$ を通る
(2)　変化の割合が 3 で，$x = 1$ のとき $y = 1$
(3)　グラフが $(3, 11)$ を通り，直線 $y = -x + 4$ に平行
(4)　グラフの切片が 5 で，点 $(1, 2)$ を通る

解答

(1)　傾きが 1 であるから，この 1 次関数は

$$y = x + b$$

と表すことができる。グラフが点 $(-4, -6)$ を通るから，上の式に $x = -4$，$y = -6$ を代入すると

$$-6 = -4 + b$$
$$b = -2$$

よって

$$\boldsymbol{y = x - 2}$$　…(答)

MEMO

⑵　変化の割合が 3 であるから，この 1 次関数は

$y = 3x + b$

と表すことができる。$x = 1$ のとき $y = 1$ なので，上の式に代入すると

$1 = 3 \times 1 + b$

$b = -2$

よって

$\boldsymbol{y = 3x - 2}$　**…(答)**

⑶　直線 $y = -x + 4$ に平行な直線の傾きは -1 であるから，この 1 次関数は

$y = -x + b$

と表すことができる。グラフが点 $(3，11)$ を通るから，上の式に $x = 3$，$y = 11$ を代入すると

$11 = -1 \times 3 + b$

$b = 14$

よって

$\boldsymbol{y = -x + 14}$　**…(答)**

⑷　切片が 5 であるから，この 1 次関数は

$y = ax + 5$

と表すことができる。グラフが点 $(1，2)$ を通るから，上の式に $x = 1$，$y = 2$ を代入すると

$2 = a \times 1 + 5$

$a = -3$

よって

$\boldsymbol{y = -3x + 5}$　**…(答)**

確認テスト 2

次の条件をみたす 1 次関数の式を求めなさい。

⑴　グラフの傾きが 2 で，点 $(4，-7)$ を通る

⑵　変化の割合が 1 で，$x = -4$ のとき $y = -6$

⑶　グラフが $(-2，-16)$ を通り，直線 $y = 5x$ に平行

⑷　グラフが点 $(2，0)$ を通り，切片が -8

例題 3　2 点の座標から求める方法

ポイント

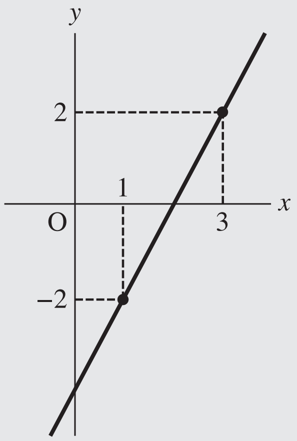
● 2 点の座標が与えられた 1 次関数の式を求める

1 グラフの傾きを求める

2 切片を b とおき，1 次関数の式に与えられた点のうち一方の座標を代入して b の値を求める

（例）グラフが 2 点 $(1,\ -2)$，$(3,\ 2)$ を通る 1 次関数の式

→ グラフの傾きは $\dfrac{2-(-2)}{3-1}=2$ だから，求める式を $y=2x+b$ とおき，$x=1$，$y=-2$ を代入して b の値を求める



問題

次の条件をみたす 1 次関数の式を求めなさい。

(1) グラフが 2 点 $(2,\ 1)$，$(5,\ 10)$ を通る

(2) $x=-1$ のとき $y=11$，$x=2$ のとき $y=-4$

解答

(1) 2 点 $(2,\ 1)$，$(5,\ 10)$ を通るから，グラフの傾きは

$$\frac{10-1}{5-2}=3$$

したがって，この 1 次関数は

$$y=3x+b$$

と書くことができる。グラフが点 $(2,\ 1)$ を通るから，上の式に $x=2$，$y=1$ を代入すると

$$1=3\times2+b$$

$$b=-5$$

よって

$\boldsymbol{y=3x-5}$　**･･･(答)**

MEMO

(2)　$x = -1$ のとき $y = 11$，$x = 2$ のとき $y = -4$ なので，グラフの傾きは

$$\frac{-4-11}{2-(-1)} = -5$$

したがって，この 1 次関数は

$$y = -5x + b$$

と書くことができる。上の式に $x = 2$，$y = -4$ を代入すると

$$-4 = -5 \times 2 + b$$
$$b = 6$$

よって

$\boldsymbol{y = -5x + 6}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の条件をみたす 1 次関数の式を求めなさい。

(1)　グラフが 2 点 $(2，3)$，$(4，7)$ を通る

(2)　グラフが 2 点 $(3，-1)$，$(7，-13)$ を通る

(3)　$x = -3$ のとき $y = 1$，$x = 2$ のとき $y = 11$

[メモ]

第16講・2元1次方程式のグラフ

例題1　2元1次方程式のグラフ

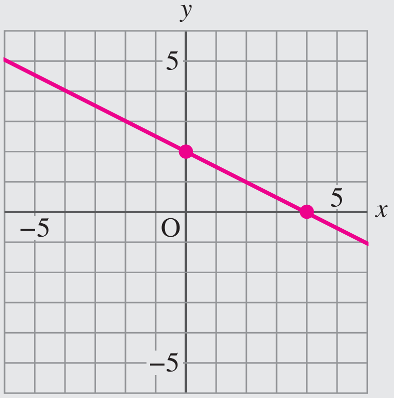
ポイント

● 2元1次方程式 $ax + by = c$ のグラフは直線である。
次のいずれかの方法でグラフをかくことができる。
1　方程式を y について解き，傾きと切片を求める
2　グラフが通る2点の座標を求める

（例）2元1次方程式 $x + 2y = 4$ のグラフ

1　y について解くと，$y = -\frac{1}{2}x + 2$

2　グラフは2点 $(0,\ 2)$，$(4,\ 0)$ を通る



問題

次の方程式のグラフをかきなさい。

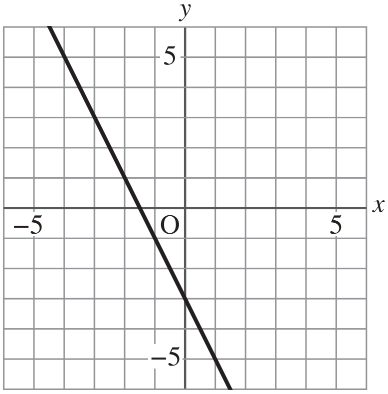
(1)　$2x + y = -3$

(2)　$2x + 5y - 10 = 0$

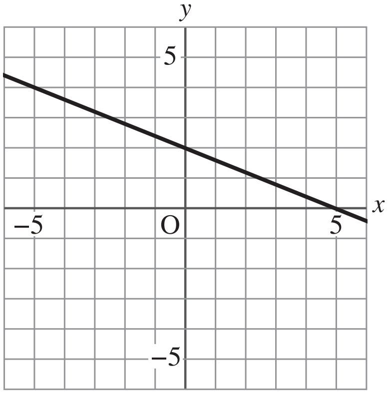
解 答

MEMO

(1)　$2x + y = -3$ を y について解くと
$y = -2x - 3$
よって，グラフは次の図のようになる。　…(答)



(2)　$x = 0$ とすると $y = 2$
$y = 0$ とすると $x = 5$
よって，グラフは 2 点 $(0，2)$，$(5，0)$ を通る直線だから，次の図のようになる。　…(答)



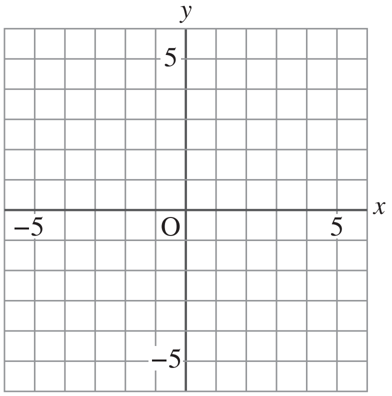
確認テスト 1

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $3x + y = 5$

(2) $4x - 3y = 12$

(3) $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} + 1 = 0$



例題 2　x 軸，y 軸に平行な直線

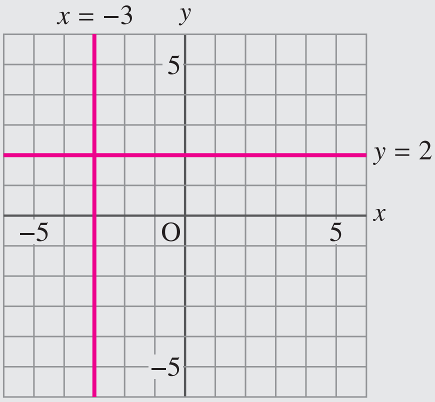
ポイント

● $y = k$ のグラフ → x 軸に平行な直線

（例）$y = 2$ のグラフは
右の図のようになる。

● $x = h$ のグラフ → y 軸に平行な直線

（例）$x = -3$ のグラフは
右の図のようになる。



問題

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $y = -3$

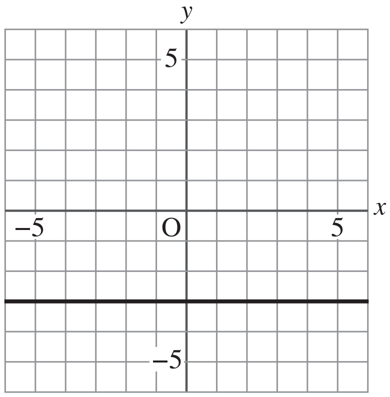
(2) $x - 1 = 0$

(3) $4y = 16$

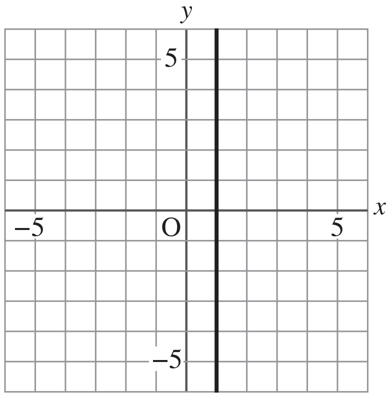
解答

MEMO

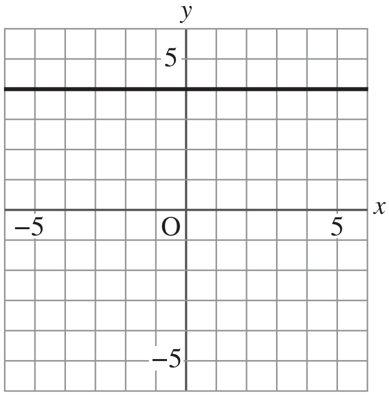
⑴



⑵　与えられた式は $x = 1$ と変形できるから，グラフは次の図のようになる。　・・・(答)



⑶　与えられた式は $y = 4$ と変形できるから，グラフは次の図のようになる。　・・・(答)



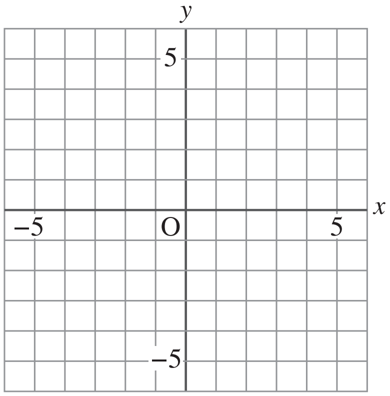
確認テスト 2

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $y = -4$

(2) $x + 5 = 0$

(3) $2y - 6 = 0$



第 17 講・2 直線の交点

例題 1　2 直線の交点

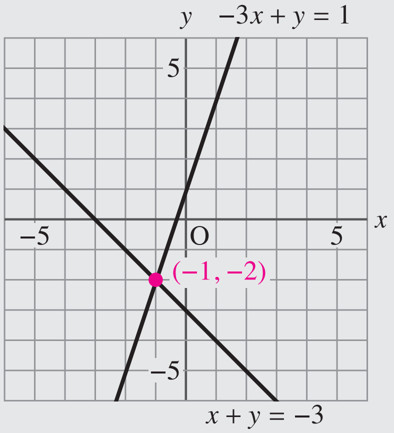
ポイント

● 連立方程式 $\begin{cases} ax + by = c & \cdots ① \\ dx + ey = f & \cdots ② \end{cases}$ の解は，

直線①，②の交点の座標と一致する

（例）連立方程式 $\begin{cases} -3x + y = 1 & \cdots ① \\ x + y = -3 & \cdots ② \end{cases}$ の解は

$x = -1$，$y = -2$ であり，2 直線①，②の交点は $(-1,\ -2)$ である。

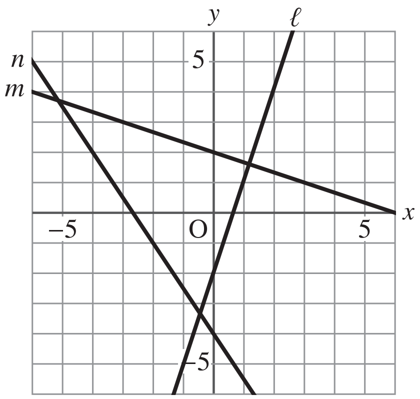


問題

右の図について，次の問いに答えなさい。

(1)　2 直線 ℓ，m の交点の座標を求めなさい。

(2)　直線 n と x 軸との交点の座標を求めなさい。



解答

MEMO

(1) 直線 ℓ，m の式は，それぞれ

$$y = 3x - 2 \quad \cdots ①$$
$$y = -\frac{1}{3}x + 2 \quad \cdots ②$$

①を②に代入すると

$$3x - 2 = -\frac{1}{3}x + 2$$
$$9x - 6 = -x + 6$$
$$10x = 12$$
$$x = \frac{6}{5}$$

$x = \dfrac{6}{5}$ を①に代入すると

$$y = 3 \times \frac{6}{5} - 2$$
$$= \frac{8}{5}$$

よって，交点の座標は

$$\left(\frac{6}{5},\ \frac{8}{5}\right) \quad \cdots(答)$$

(2) 直線 n の式は

$$y = -\frac{3}{2}x - 4$$

この式に $y = 0$ を代入すると

$$0 = -\frac{3}{2}x - 4$$
$$\frac{3}{2}x = -4$$
$$x = -\frac{8}{3}$$

よって，交点の座標は

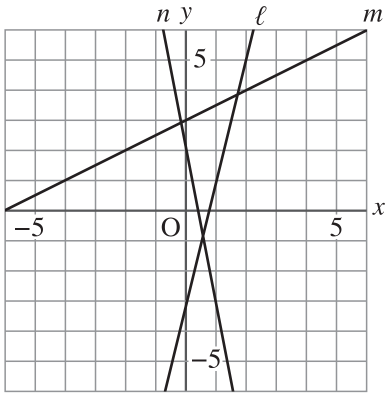
$$\left(-\frac{8}{3},\ 0\right) \quad \cdots(答)$$

確認テスト 1

右の図について，次の問いに答えなさい。

⑴　2 直線 ℓ，m の交点の座標を求めなさい。

⑵　直線 n と x 軸との交点の座標を求めなさい。



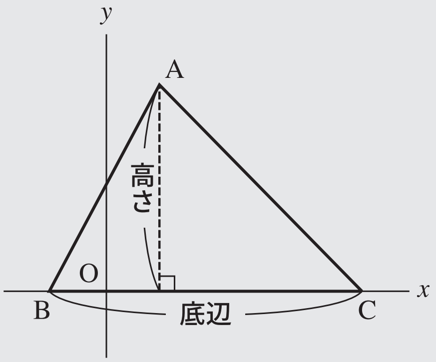
第18講・座標平面上の三角形

例題1　三角形の面積①

ポイント

● 1 辺が x 軸（y 軸）上にある三角形の面積
　→ x 軸（y 軸）上にある辺を底辺として面積を求める

（例）右の図で △ABC の面積を求める
　→ 辺 BC を底辺とすると，点 A の y 座標が高さとなる

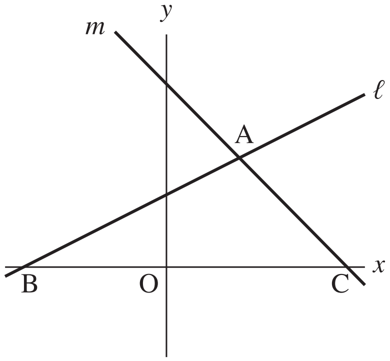


問題

右の図で，直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{2}x+4$，直線 m の式は $y=-x+10$ である。直線 ℓ と m の交点を A，直線 ℓ，m と x 軸との交点をそれぞれ B，C とする。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　点 A の座標を求めなさい。

⑵　△ABC の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。



解答

MEMO

(1)　点 A は 2 直線 ℓ，m の交点である。直線 ℓ，m の式は，それぞれ

$$y = \frac{1}{2}x + 4 \quad \cdots ①$$

$$y = -x + 10 \quad \cdots ②$$

①を②に代入すると

$$\frac{1}{2}x + 4 = -x + 10$$

$$x + 8 = -2x + 20$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$x = 4$ を②に代入すると

$$y = -4 + 10$$

$$= 6$$

よって

A(4，6)　**…(答)**

(2)　△ABC の底辺を BC として考える。点 B は直線 ℓ と x 軸との交点である。よって，①に $y = 0$ を代入すると，その x 座標は

$$0 = \frac{1}{2}x + 4$$

$$0 = x + 8$$

$$x = -8$$

点 C は直線 m と x 軸との交点である。よって，②に $y = 0$ を代入すると，その x 座標は

$$0 = -x + 10$$

$$x = 10$$

したがって

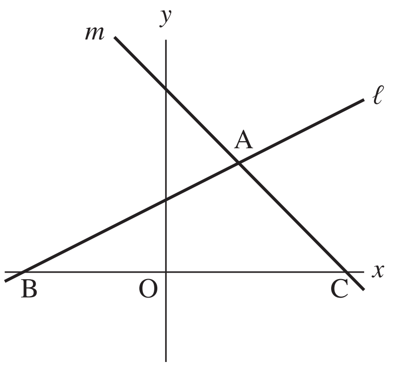
$$BC = 10 - (-8)$$

$$= 18 \ \text{(cm)}$$

A(4，6) なので，辺 BC を底辺とみたときの △ABC の高さは 6 cm である。よって，△ABC の面積は

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 18 \times 6$$

$$= \mathbf{54\ (cm^2)} \quad \cdots(答)$$

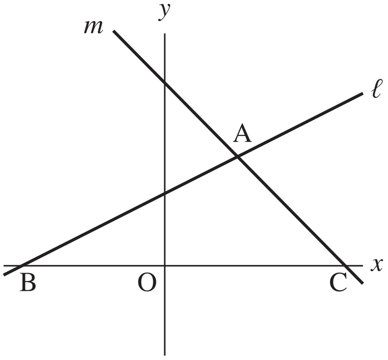


確認テスト 1

右の図で，直線 ℓ の式は $y=\dfrac{1}{2}x+4$，直線 m の式は $y=-x+10$ である。直線 ℓ と m の交点を A，直線 ℓ，m と x 軸との交点をそれぞれ B，C とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点 A の座標を求めなさい。

(2)　△ABC の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。



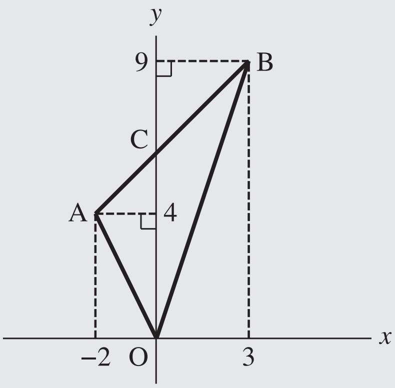
例題 2　三角形の面積②

問題

原点を O とし，A(−2，4)，B(3，9) とするとき，△OAB の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。

ポイント

● 右の図のように，△OAB を △OAC と △OCB に分割し，辺 OC を底辺としてそれぞれの三角形の面積を求める。



解答

A(−2，4)，B(3，9) だから，直線 AB の傾きは

$$\frac{9-4}{3-(-2)}=1$$

したがって，直線 AB の式は

$y=x+b$

とかける。この式に $x=-2$，$y=4$ を代入すると

$4=-2+b$

$b=6$

よって，直線 AB の式は

$y=x+6$

線分 AB と y 軸との交点を C とすると，点 C の座標は

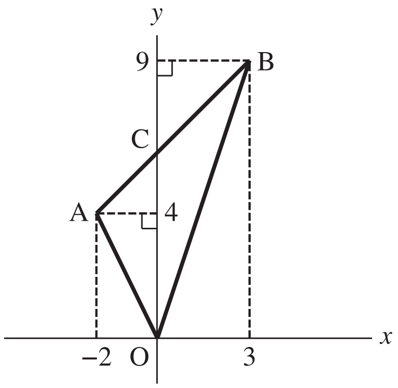
C(0，6)

したがって

$$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OCB$$
$$=\frac{1}{2}\times 6\times 2+\frac{1}{2}\times 6\times 3$$

= **15（cm^2）　…(答)**

MEMO



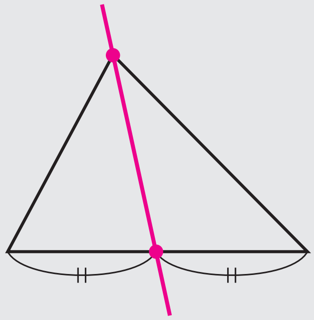
確認テスト 2

原点を O とし，A(−2，4)，B(3，9) とするとき，△OAB の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。

例題 3　三角形の面積を 2 等分する直線

ポイント

- 三角形の頂点を通り，面積を 2 等分する直線
  → 頂点の向かい側の辺の中点を通る

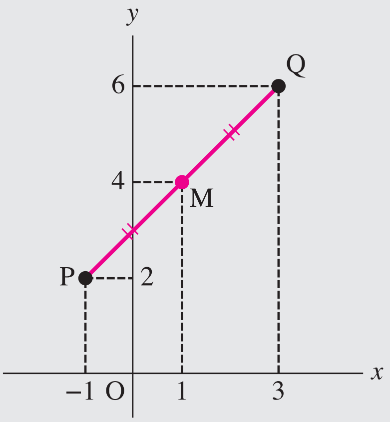


- 2 点 $P(a, b)$，$Q(c, d)$ の中点 M
  → 点 M の x 座標，y 座標は点 P，Q の x 座標，y 座標の平均になる。

（例）$P(-1, 2)$，$Q(3, 6)$ の中点 M の座標は

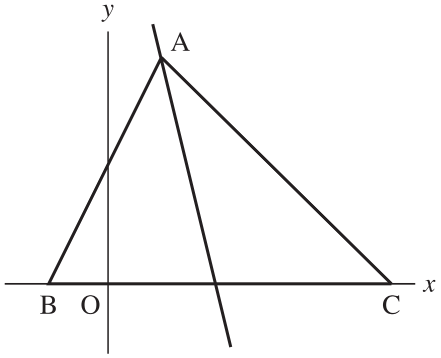
$$\frac{-1+3}{2}=1,\quad \frac{2+6}{2}=4$$

より，$M(1, 4)$



問題

右の図で，$A(2, 8)$，$B(-2, 0)$，$C(10, 0)$ である。このとき，点 A を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解答

線分 BC の中点を M とすると，△ABC の面積を 2 等分する直線は直線 AM である。M の座標は

$$\frac{-2+10}{2}=4,\quad \frac{0+0}{2}=0$$

より，M(4，0) である。A(2，8) だから，直線 AM の傾きは

$$\frac{0-8}{4-2}=-4$$

したがって，直線 AM の式は

$y=-4x+b$

と表すことができる。この式に $x=4$，$y=0$ を代入すると

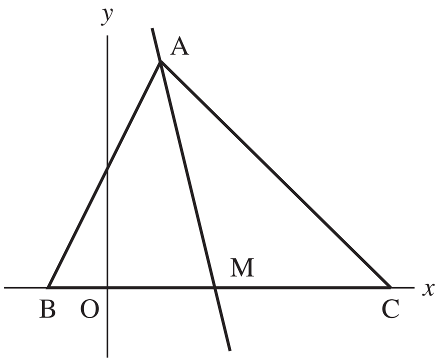
$0=-4\times 4+b$

$b=16$

よって，直線 AM の式は

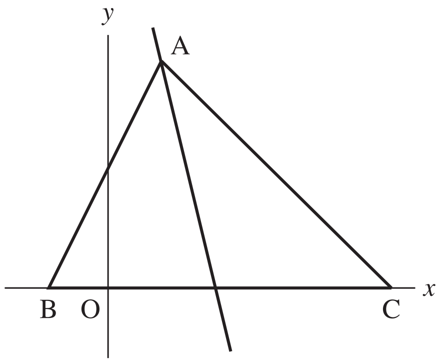
$y=-4x+16$　…(答)

MEMO



確認テスト 3

右の図で，A(2，8)，B(−2，0)，C(10，0) である。このとき，点 A を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



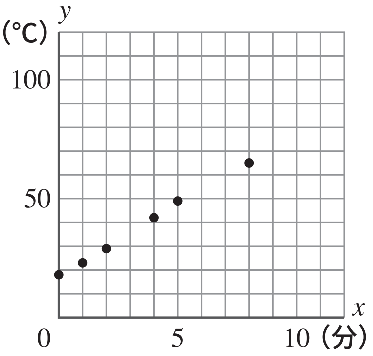
第19講・１次関数の利用

例題１　１次関数とみなすこと

問題

下の表は，水をビーカーに入れて熱し，熱し始めてから x 分後の水の温度を y℃として，x と y の関係を調べたものである。また，右の図は，表の x，y の値の組を座標とする点をとったものである。図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が，2 点 (0，18)，(4，42) を通るとする。次の問いに答えなさい。

x（分）	0	1	2	4	5	8
y（℃）	18	23	29	42	49	65



⑴　2 点 (0，18)，(4，42) を通る直線の式を求めなさい。

⑵　熱し始めてから 9 分後の水の温度は何℃と推測できるか，答えなさい。

⑶　水の温度が 90℃になるのは，熱し始めてから何分後と推測できるか，答えなさい。

ポイント

● かき入れた点がほぼ一直線上に並んでいるとき
　→ y を x の 1 次関数とみなすことで，熱した時間から水の温度を求めたり，水の温度から熱した時間を求めることができる。

解答

⑴　直線の式を $y = ax + b$ とすると，点 (0，18) を通ることから，切片は 18 である。よって，$y = ax+18$ と書くことができる。

　この直線が点 (4，42) を通るから，上の式に $x = 4$，$y = 42$ を代入すると

$$42 = a \times 4 + 18$$

$$a = 6$$

よって

$\boldsymbol{y = 6x + 18}$　…**(答)**

MEMO

⑵　$y = 6x + 18$ に $x = 9$ を代入すると

$y = 6 \times 9 + 18$

$y = 72$

よって

72℃　…(答)

⑶　$y = 6x + 18$ に $y = 90$ を代入すると

$90 = 6x + 18$

$x = 12$

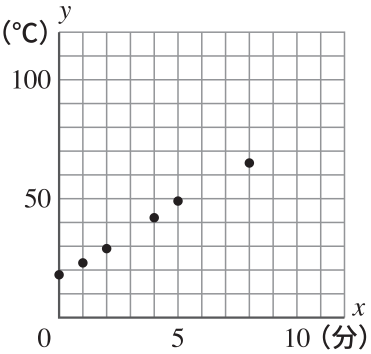
よって

12 分後　…(答)

確認テスト 1

下の表は，水をビーカーに入れて熱し，熱し始めてから x 分後の水の温度を y℃として，x と y の関係を調べたものである。また，右の図は，表の x，y の値の組を座標とする点をとったものである。図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が，2 点 (0，18)，(4，42) を通るとする。次の問いに答えなさい。

x（分）	0	1	2	4	5	8
y（℃）	18	23	29	42	49	65



⑴　2 点 (0，18)，(4，42) を通る直線の式を求めなさい。

⑵　熱し始めてから 9 分後の水の温度は何 ℃と推測できるか，答えなさい。

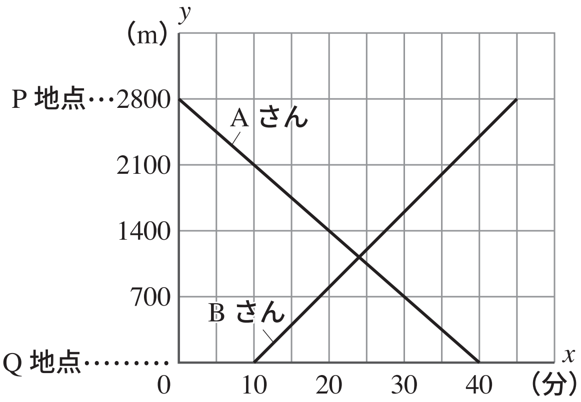
⑶　水の温度が 90℃になるのは，熱し始めてから何分後と推測できるか，答えなさい。

例題 2　移動に関する問題①

問題

　P 地点と Q 地点は 2800 m 離れている。A さんは，P 地点を出発し，Q 地点に向かって歩いた。B さんは，A さんが出発してから 10 分後に Q 地点を出発し，同じ道を P 地点に向かって歩いた。

　右の図は，そのときの様子を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，Q 地点から y m の地点にいるとして，$0 \leqq x \leqq 40$ のときの y を x の式で表しなさい。

(2)　A さんが P 地点を出発してから x 分後に，B さんが Q 地点から y m の地点にいるとして，$10 \leqq x \leqq 45$ のときの y を x の式で表しなさい。

(3)　A さんと B さんが出会うのは，A さんが P 地点を出発してから何分後か答えなさい。

ポイント

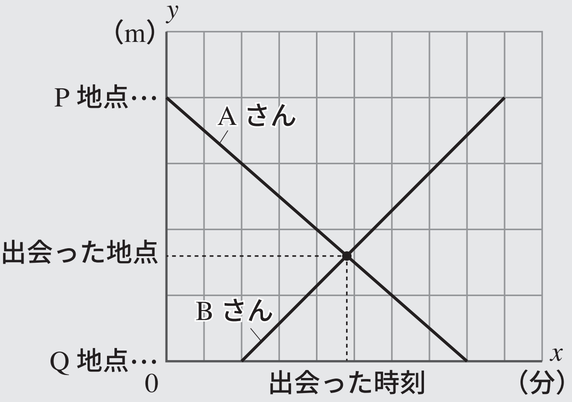
● A さんと B さんが出会ったときの時刻と地点

→ A さんのグラフと B さんのグラフの

　　交点の x 座標：時刻

　　交点の y 座標：地点

をそれぞれ表す。



解答

MEMO

⑴　A さんが進む様子を表すグラフは 2 点 (0，2800)，(40，0) を通る直線である。このグラフの切片が 2800 だから，求める式は

$y = ax + 2800$

と書くことができる。グラフが点 (40，0) を通るから，上の式に $x = 40$，$y = 0$ を代入すると

$0 = a \times 40 + 2800$

$a = -70$

よって

$y = \mathbf{-70x + 2800}$　**…(答)**

⑵　B さんが進む様子を表すグラフは 2 点 (10，0)，(45，2800) を通る直線である。このグラフの傾きは

$$\frac{2800 - 0}{45 - 10} = \frac{2800}{35} = 80$$

したがって，求める式は

$y = 80x + b$

と書くことができる。グラフが点 (10，0) を通るから，上の式に $x = 10$，$y = 0$ を代入すると

$0 = 80 \times 10 + b$

$b = -800$

よって

$y = \mathbf{80x - 800}$　**…(答)**

⑶　A さんと B さんが進む様子を表すグラフの交点の x 座標を求める。⑴，⑵の式を連立方程式として解くと

$$\begin{cases} y = -70x + 2800 & \cdots① \\ y = 80x - 800 & \cdots② \end{cases}$$

②を①に代入すると

$80x - 800 = -70x + 2800$

$150x = 3600$

$x = 24$

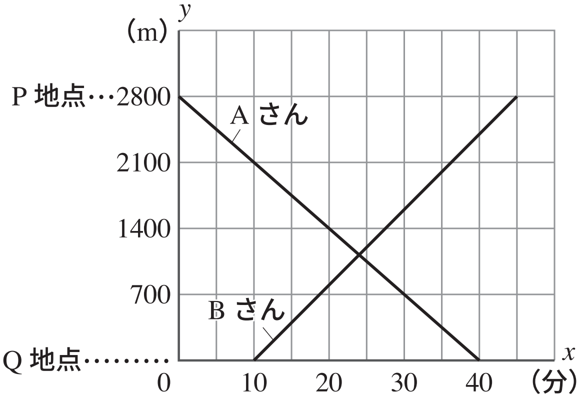
よって

24 分後　…(答)

確認テスト 2

P 地点と Q 地点は 2800 m 離れている。A さんは，P 地点を出発し，Q 地点に向かって歩いた。B さんは，A さんが出発してから 10 分後に Q 地点を出発し，同じ道を P 地点に向かって歩いた。

右の図は，そのときの様子を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) A さんが P 地点を出発してから x 分後に，Q 地点から y m の地点にいるとして，$0 \leqq x \leqq 40$ のときの y を x の式で表しなさい。

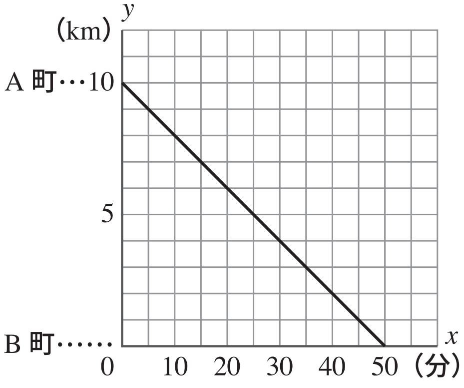
(2) A さんが P 地点を出発してから x 分後に，B さんが Q 地点から y m の地点にいるとして，$10 \leqq x \leqq 45$ のときの y を x の式で表しなさい。

(3) A さんと B さんが出会うのは，A さんが P 地点を出発してから何分後か答えなさい。

例題 3 移動に関する問題②

問題

みどりさんは，A 町から 10 km 離れた B 町まで自転車で行った。右の図は，そのときの時間と道のりの関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) みどりさんが A 町を出発してから x 分後の，B 町までの残りの道のりを y km とするとき，y を x の式で表しなさい。

(2) みどりさんが A 町を出発してから 15 分後に，バスが A 町を出発し，同じ道を時速 30 km で B 町に向かって走った。このときのバスの時間と道のりの関係を表すグラフをかきなさい。

(3) (2)のとき，みどりさんがバスに追いつかれるのは，みどりさんが A 町を出発してから何分後か答えなさい。

ポイント

- グラフをかき加える問題
  → グラフが通る 2 点の座標を求め，その 2 点を通る直線をひく

- みどりさんがバスに追いつかれる時刻と地点
  → みどりさんを表すグラフとバスを表すグラフの
  　　交点の x 座標：時刻
  　　交点の y 座標：地点
  　をそれぞれ表す。

解答

MEMO

(1)　みどりさんが進む様子を表すグラフは 2 点 (0，10)，(50，0) を通る直線である。このグラフの切片が 10 だから，求める式は

$$y = ax + 10$$

と書くことができる。グラフが点 (50，0) を通るから，上の式に $x = 50$，$y = 0$ を代入すると

$$0 = a \times 50 + 10$$
$$a = -0.2$$

よって

$$y = \mathbf{-0.2}x \mathbf{+ 10}$$　**…(答)**

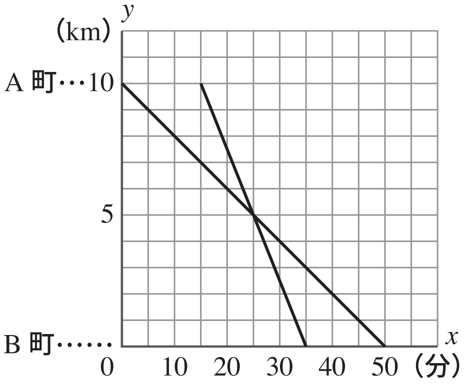
(2)　みどりさんが A 町を出発してから 15 分後にバスが A 町を出発するので，バスが進む様子を表すグラフは (15，10) を通る。また，バスは時速 30 km で B 町に向かって走ったので，A 町から B 町まで 10 km 進むのにかかる時間は

$$10 \div 30 = \frac{1}{3}$$（時間）

つまり

$$\frac{1}{3} \times 60 = 20$$（分間）

よって，バスはみどりさんが A 町を出発してから 35 分後に B 町に到着するので，(35，0) を通る。したがって，バスを表すグラフは次の図のようになる。



⑶　みどりさんとバスを表すグラフの交点の x 座標を求める。⑵のグラフより，交点の x 座標を読み取ると

25 分後　…(答)

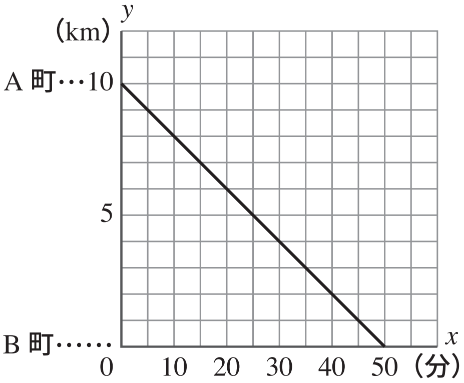
確認テスト 3

みどりさんは，A 町から 10 km 離れた B 町まで自転車で行った。右の図は，そのときの時間と道のりの関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

⑴　みどりさんが A 町を出発してから x 分後の，B 町までの残りの道のりを y km とするとき，y を x の式で表しなさい。

⑵　みどりさんが A 町を出発してから 15 分後に，バスが A 町を出発し，同じ道を時速 30 km で B 町に向かって走った。このときのバスの時間と道のりの関係を表すグラフをかきなさい。

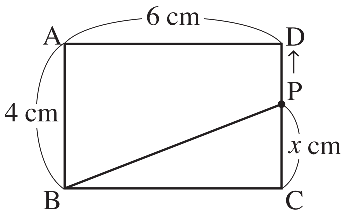
⑶　⑵のとき，みどりさんがバスに追いつかれるのは，みどりさんが A 町を出発してから何分後か答えなさい。



例題 4　動点の問題

問題

右の図は，AB ＝ 4 cm，AD ＝ 6 cm の長方形 ABCD である。点 P は，頂点 C を出発し，辺上を D，A を通って B まで動く。点 P が頂点 C を出発してから x cm 動いたときの △BCP の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。

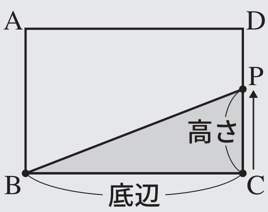


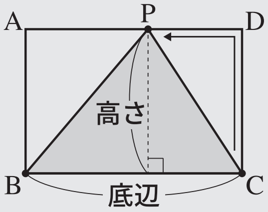
(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(2)　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(3)　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(4)　点 P が頂点 C から頂点 B まで動くときの y と x との関係を表すグラフをかきなさい。

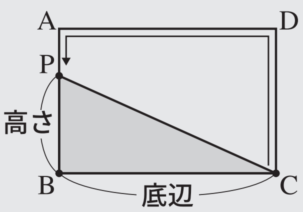
ポイント

- 点 P の位置により，△BCP の形が変わる → 図中にかき込んで整理する

①　点 C → 点 D　　②　点 D → 点 A　　③　点 A → 点 B







解答

(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，点 P は点 C から点 D まで移動する。このとき

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times x$$
$$= 3x \ (cm^2)$$

よって
$\boldsymbol{y = 3x}$　**…(答)**

MEMO

(1)

⑵　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，点 P は点 D から点 A まで移動する。このとき

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$
$$= 12 \text{（cm}^2\text{）}$$

よって

$y = 12$　…(答)

⑶　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，点 P は点 A から点 B まで移動する。このとき，点 P は点 C から x cm 動いているので

$CD + DA + AP = x$（cm）　…①

また

$CD + DA + AB = 4 + 6 + 4$
$= 14$（cm）　…②

② − ①より

$PB = (14 - x)$ cm

だから

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times 6 \times (14 - x)$$
$$= 42 - 3x \text{（cm}^2\text{）}$$

よって

$y = -3x + 42$　…(答)

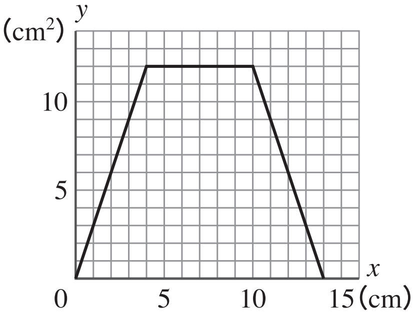
⑷　⑴，⑵，⑶から

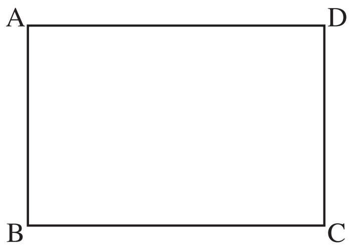
$0 \leqq x \leqq 4$ のとき　$y = 3x$

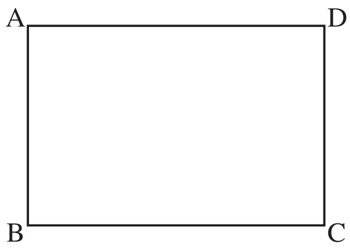
$4 \leqq x \leqq 10$ のとき　$y = 12$

$10 \leqq x \leqq 14$ のとき $y = -3x + 42$

以上より，グラフは次の図のようになる。

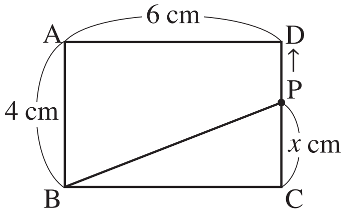


⑵


⑶


確認テスト 4

右の図は，AB ＝ 4 cm，AD ＝ 6 cm の長方形 ABCD である。点 P は，頂点 C を出発し，辺上を D，A を通って B まで動く。点 P が頂点 C を出発してから x cm 動いたときの △BCP の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。

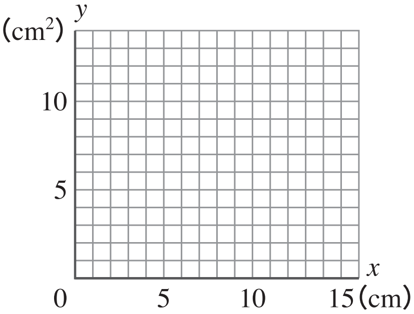


(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(3)　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(4)　点 P が頂点 C から頂点 B まで動くときの y と x との関係を表すグラフをかきなさい。



［メモ］

第 20 講・平行線と角

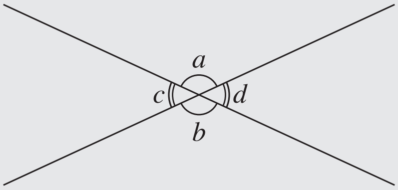
例題 1　対頂角・同位角・錯角

ポイント

● 対頂角（たいちょうかく）：向かい合っている角のこと。
対頂角は等しい

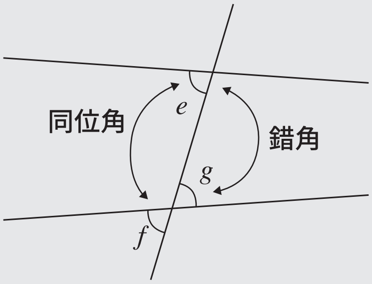
（例）右の図で，$\angle a$ と $\angle b$，$\angle c$ と $\angle d$ は対頂角であり

$\angle a = \angle b$，$\angle c = \angle d$



● 同位角（どういかく）：右の図において，$\angle e$ と $\angle f$ のような位置にある角

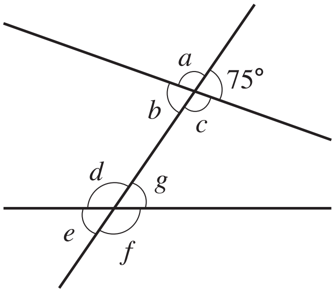
● 錯角（さっかく）：右の図において，$\angle e$ と $\angle g$ のような位置にある角



問題

右の図について，次の問いに答えなさい。

(1)　$\angle b$ の大きさを求めなさい。
(2)　$\angle a$ の大きさを求めなさい。
(3)　$\angle d$ の同位角を答えなさい。
(4)　$\angle c$ の錯角を答えなさい。



解答

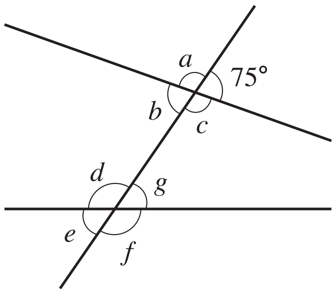
⑴　対頂角は等しいから
　　$\angle b = \mathbf{75^\circ}$　**･･･(答)**

⑵　$\angle a + 75^\circ = 180^\circ$ であるから
　　$\angle a = 180^\circ - 75^\circ$
　　　$= \mathbf{105^\circ}$　**･･･(答)**

⑶　$\boldsymbol{\angle a}$　**･･･(答)**

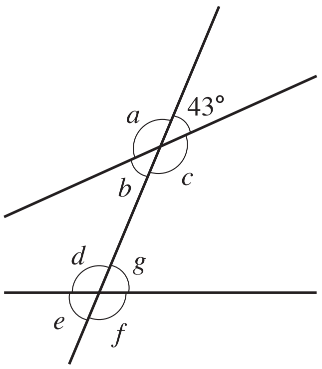
⑷　$\boldsymbol{\angle d}$　**･･･(答)**

MEMO



確認テスト 1

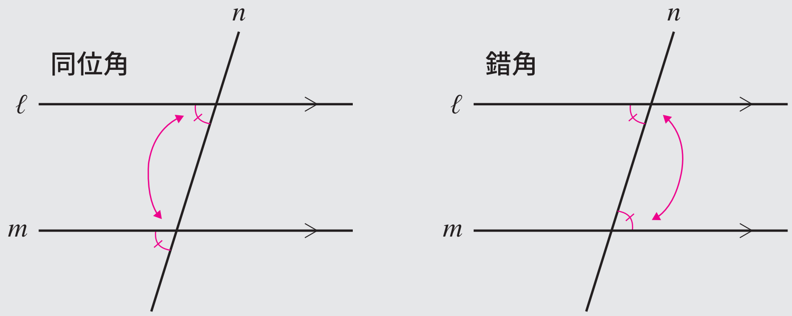
右の図について，次の問いに答えなさい。
⑴　$\angle b$ の大きさを求めなさい。
⑵　$\angle c$ の大きさを求めなさい。
⑶　$\angle f$ の同位角を答えなさい。
⑷　$\angle b$ の錯角を答えなさい。



例題 2　平行線と角①

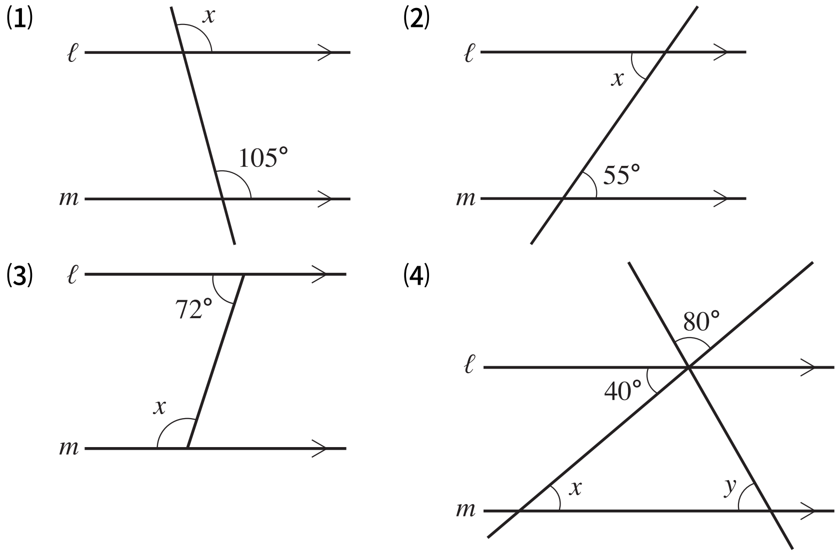
ポイント

● 平行な 2 直線 ℓ，m に 1 つの直線 n が交わる → 同位角，錯角が等しい



問題

次の図で，ℓ // m のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

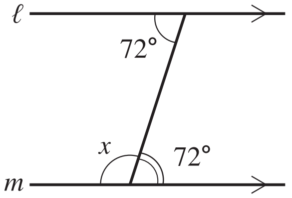


解答

⑴　$\ell \parallel m$ より，平行線の同位角は等しいから
　　$\boldsymbol{\angle x = 105^\circ}$　**…(答)**

⑵　$\ell \parallel m$ より，平行線の錯角は等しいから
　　$\boldsymbol{\angle x = 55^\circ}$　**…(答)**

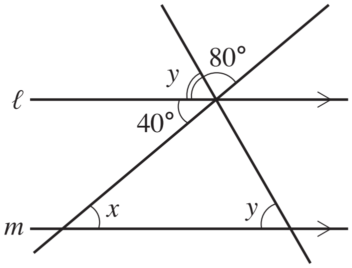
⑶　$\ell \parallel m$ より，平行線の錯角は等しいから，次の図のようになる。



よって
$$\angle x = 180^\circ - 72^\circ$$
$$= \boldsymbol{108^\circ}$$ **…(答)**

⑷　$\ell \parallel m$ より，平行線の錯角は等しいから
　　$\boldsymbol{\angle x = 40^\circ}$　**…(答)**

また，同位角は等しいから，次の図のようになる。



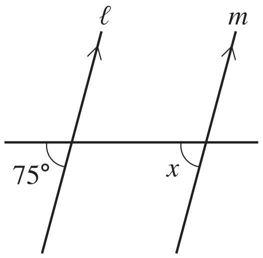
よって
$$\angle y = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ$$
$$= \boldsymbol{60^\circ}$$ **…(答)**

MEMO

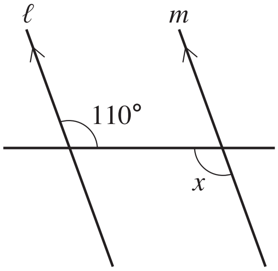
確認テスト 2

次の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

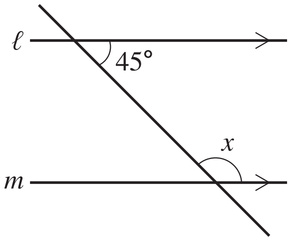
(1)



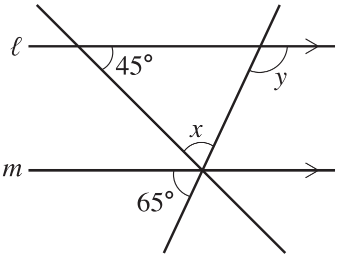
(2)



(3)



(4)

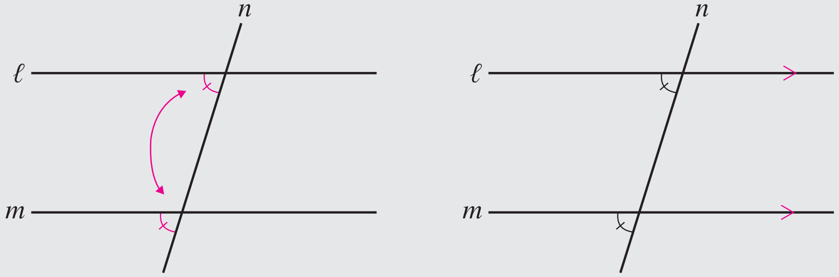


例題 3　平行線と角②

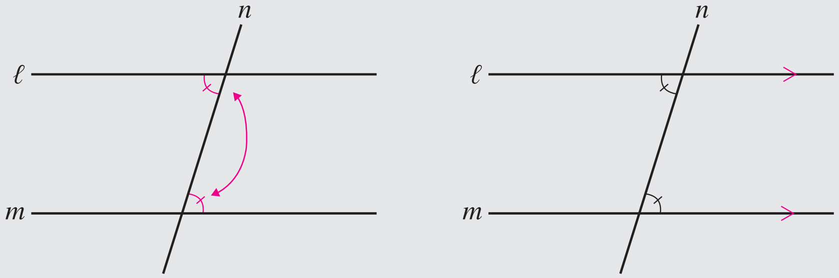
ポイント

● 2 直線 ℓ，m に 1 つの直線 n が交わるとき

1　同位角が等しい　→　$\ell \parallel m$

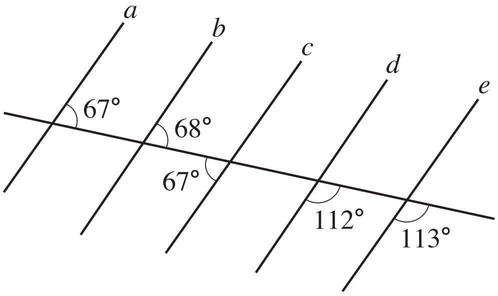


2　錯角が等しい　→　$\ell \parallel m$

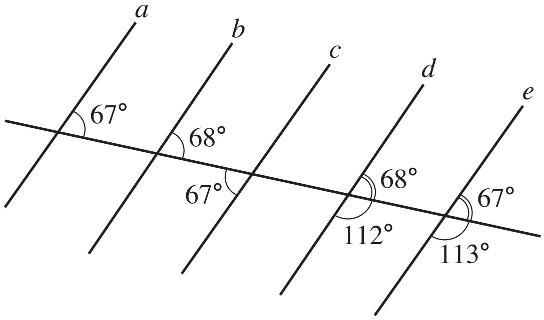


問題

右の図で，直線 a に平行な直線を**すべて**答えなさい。



解答



上の図で，112° のとなりの角は 68°，113° のとなりの角は 67° である。それぞれの直線が直線 a と平行かどうかを調べると

b：同位角が異なるので平行ではない
c：錯角が等しいので平行
d：同位角が異なるので平行ではない
e：同位角が等しいので平行

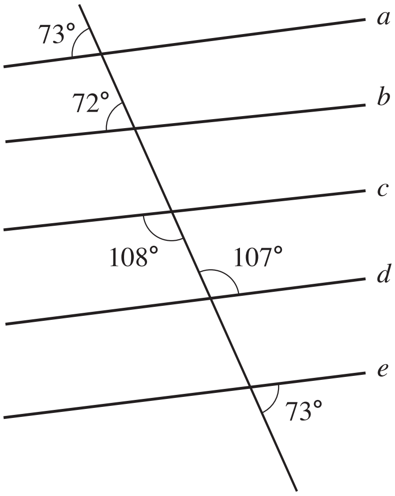
よって，直線 a と平行な直線は

c，e　…(答)

MEMO

確認テスト 3

右の図で，直線 a に平行な直線を**すべて**答えなさい。

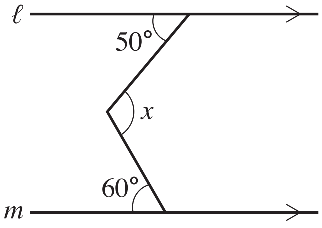


例題 4 平行線と角③

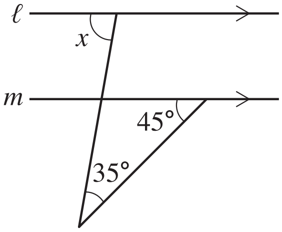
問題

次の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)

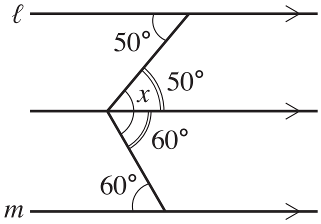


(2)



解答

(1)　直線 ℓ，m に平行な直線をひく。平行線の錯角は等しいから，次の図のようになる。

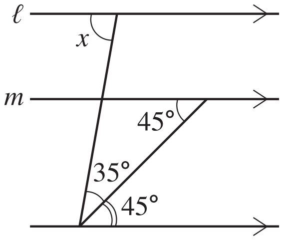


よって

$\angle x = 50^\circ + 60^\circ$

$= \mathbf{110^\circ}$　…(答)

(2)　直線 ℓ，m に平行な直線をひく。平行線の錯角は等しいから，次の図のようになる。



したがって，平行線の錯角は等しいので

$\angle x = 45^\circ + 35^\circ$

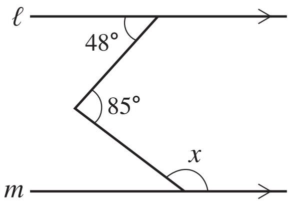
$= \mathbf{80^\circ}$　…(答)

MEMO

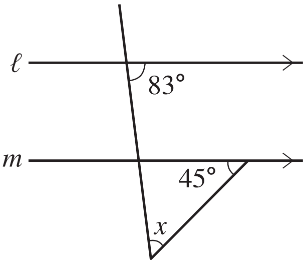
確認テスト 4

次の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)



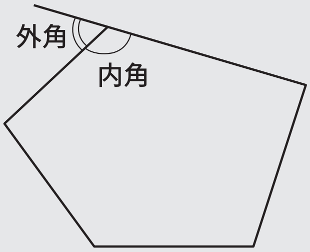
第21講・三角形の内角・外角

例題 1 三角形の内角・外角①

ポイント

● 内角（ないかく）：となり合う 2 辺がつくる角のうち，多角形の内部にあるほうの角

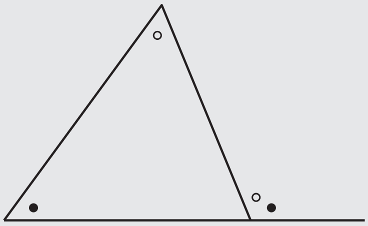
● 外角（がいかく）：1 つの辺とそのとなりの辺の延長とがつくる角



● 三角形の内角，外角の性質

1 三角形の内角の和は 180° である

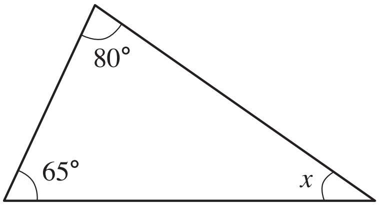
2 三角形の 1 つの外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい



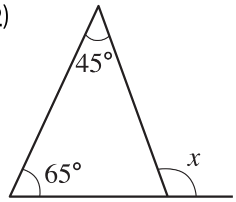
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

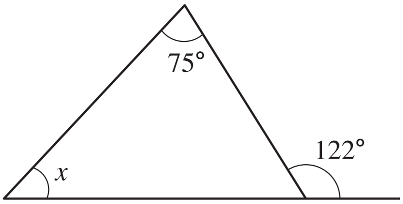
(1)



(2)



(3)



解 答

(1)　$\angle x = 180° - (80° + 65°)$
　　$= \mathbf{35°}$　…(答)

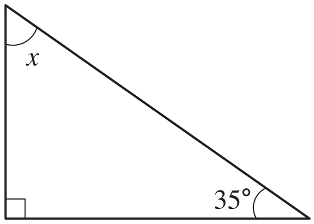
(2)　$\angle x = 65° + 45°$
　　$= \mathbf{110°}$　…(答)

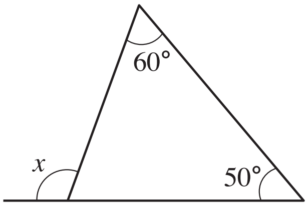
(3)　$122° = \angle x + 75°$ より
　　$\angle x = 122° - 75°$
　　$= \mathbf{47°}$　…(答)

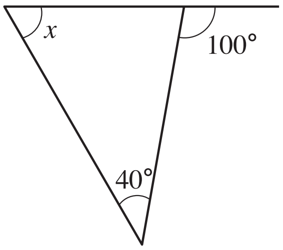
MEMO

確認テスト 1

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)


(2)


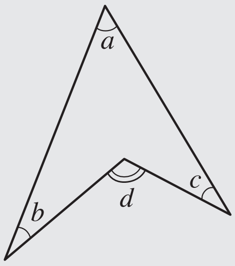
(3)


例題 2　三角形の内角・外角②

ポイント

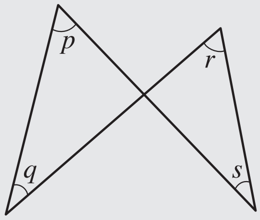
● 下のような図形で，角の大きさについて，次の関係が成り立つ

1　紙飛行機型



$\angle d = \angle a + \angle b + \angle c$

2　リボン型

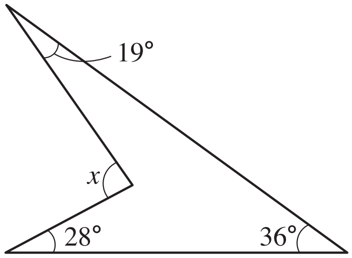


$\angle p + \angle q = \angle r + \angle s$

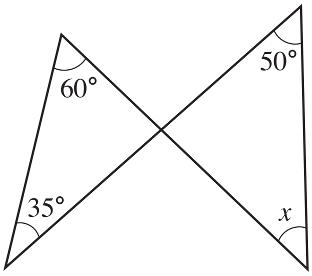
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)



解答

(1) $\angle x = 36° + 19° + 28°$
$= \mathbf{83°}$ ・・・(答)

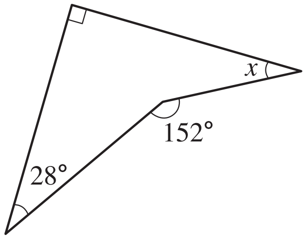
(2) $\angle x + 50° = 60° + 35°$ より
$\angle x = 60° + 35° - 50°$
$= \mathbf{45°}$ ・・・(答)

MEMO

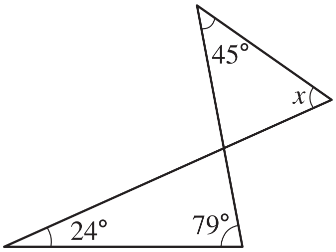
確認テスト 2

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

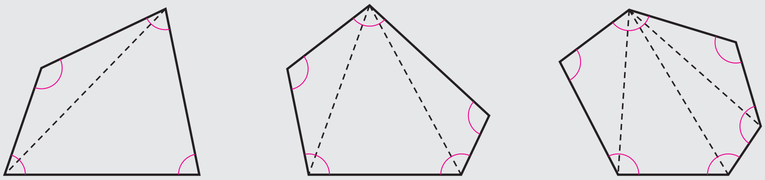


第 22 講・多角形の内角・外角

例題 1 多角形の内角・外角①

ポイント

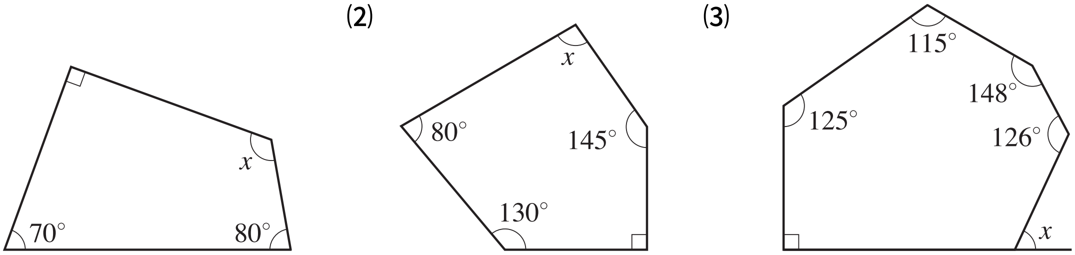
● 多角形の内角の和 ： 多角形は (辺の数 − 2) 個の三角形に分割できるので，
内角の和は $180° \times$ (辺の数 -2) と計算できる。
→ n 角形の内角の和は $180° \times (n-2)$



問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1) (2) (3)



解答

(1) 四角形の内角の和は 360° だから

$90° + 70° + 80° + \angle x = 360°$

よって

$\angle x = 360° - (90° + 70° + 80°)$

$= \mathbf{120°}$ ・・・(答)

MEMO

⑵　五角形の内角の和は

$180° \times (5-2) = 540°$

だから

$80° + 130° + 90° + 145° + \angle x = 540°$

よって

$\angle x = 540° - (80° + 130° + 90° + 145°)$

$= \mathbf{95°}$　・・・(答)

⑶　六角形の内角の和は

$180° \times (6-2) = 720°$

だから，$\angle x$ のとなりの内角を $\angle y$ とすると

$126° + 148° + 115° + 125° + 90° + \angle y = 720°$

よって

$\angle y = 720° - (126° + 148° + 115° + 125° + 90°)$

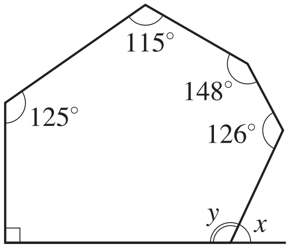
$= 116°$

したがって

$\angle x = 180° - \angle y$

$= 180° - 116°$

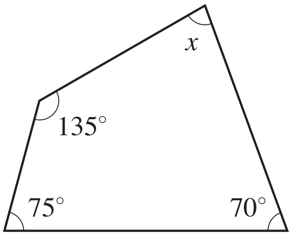
$= \mathbf{64°}$　・・・(答)



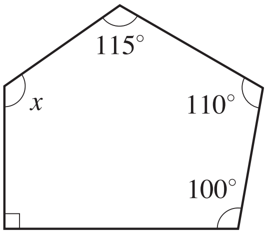
確認テスト 1

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

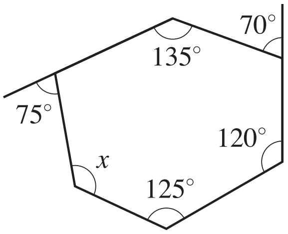
⑴



⑵



⑶

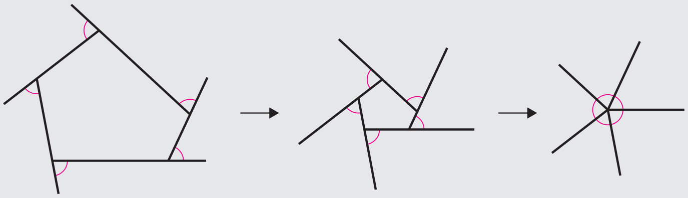


例題 2　多角形の内角・外角②

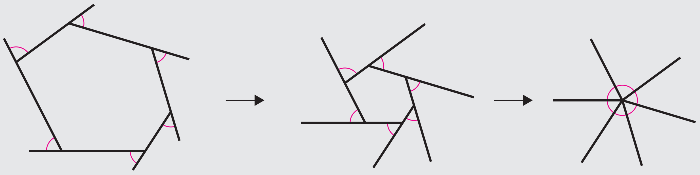
ポイント

● 多角形の外角の和　：　何角形であっても，外角の和は 360°

（例）五角形



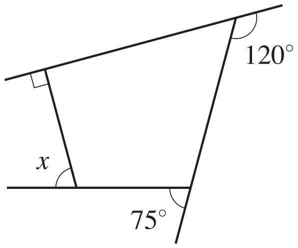
六角形



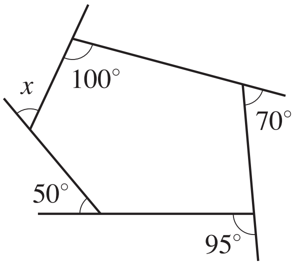
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

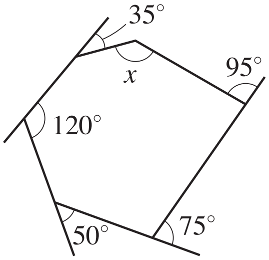
(1)



(2)



(3)



解答

(1)　多角形の外角の和は 360° だから

$$75° + 120° + 90° + \angle x = 360°$$

よって

$$\angle x = 360° - (75° + 120° + 90°)$$
$$= \mathbf{75°} \quad \cdots \textbf{(答)}$$

MEMO

(2)　100° の内角のとなりの外角は

$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

また，多角形の外角の和は 360° だから

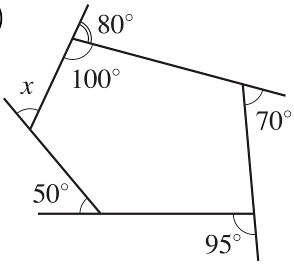
$50^\circ + 95^\circ + 70^\circ + 80^\circ + \angle x = 360^\circ$

よって

$\angle x = 360^\circ - (50^\circ + 95^\circ + 70^\circ + 80^\circ)$

$= \mathbf{65^\circ}$　**・・・(答)**

(2)



(3)　120° の内角のとなりの外角は

$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

また，$\angle x$ のとなりの外角を $\angle y$ とすると，多角形の外角の和は 360° だから

$35^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 75^\circ + 95^\circ + \angle y = 360^\circ$

よって

$\angle y = 360^\circ - (35^\circ + 60^\circ + 50^\circ + 75^\circ + 95^\circ)$

$= 45^\circ$

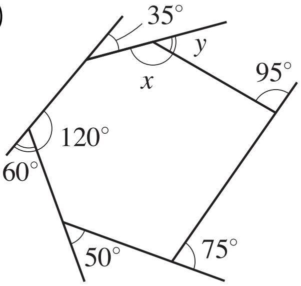
したがって

$\angle x = 180^\circ - \angle y$

$= 180^\circ - 45^\circ$

$= \mathbf{135^\circ}$　**・・・(答)**

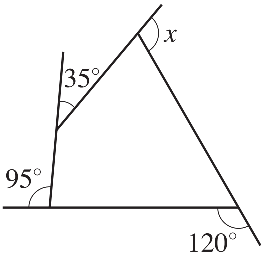
(3)



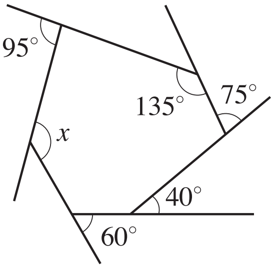
確認テスト 2

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

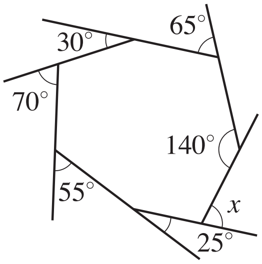
(1)



(2)



(3)



例題 3　多角形の内角・外角③

問題

次の問いに答えなさい。

(1)　八角形の内角の和は何度か答えなさい。

(2)　正十二角形の 1 つの外角の大きさは何度か答えなさい。

(3)　正十角形の 1 つの内角の大きさは何度か答えなさい。

ポイント

- 多角形の内角の和　：　n 角形は $(n-2)$ 個の三角形に分割できるので，n 角形の内角の和は $180° \times (n-2)$
- 多角形の外角の和　：　何角形であっても，外角の和は $360°$

解答

(1)　$180° \times (8-2) = \mathbf{1080°}$　…(答)

(2)　$360° \div 12 = \mathbf{30°}$　…(答)

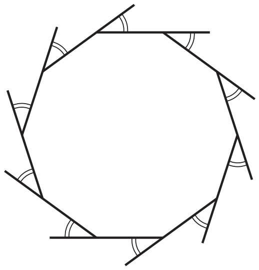
(3)　正十角形の 1 つの外角の大きさは

$360° \div 10 = 36°$

よって，正十角形の 1 つの内角の大きさは

$180° - 36° = \mathbf{144°}$　…(答)

MEMO



確認テスト 3

次の問いに答えなさい。

(1)　十一角形の内角の和は何度か答えなさい。

(2)　正九角形の 1 つの外角の大きさは何度か答えなさい。

(3)　正十五角形の 1 つの内角の大きさは何度か答えなさい。

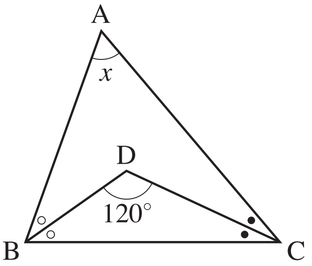
第23講・求角の応用問題

例題 1　求角の応用問題①

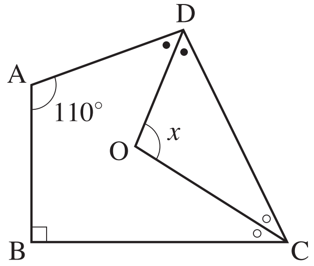
問題

次の図で，同じ印のついた角の大きさが等しいとき，∠x の大きさを求めなさい。

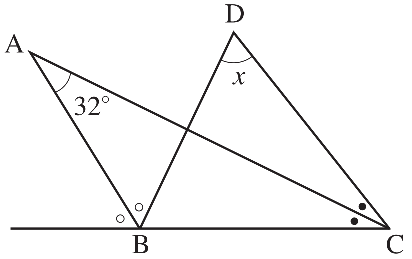
(1)



(2)



(3)



ポイント

● 同じ大きさの角が○や●の記号で表されている問題

→ ○や●のそれぞれの大きさが求められないときは，**○や●についての等式**を立てる
このとき，次のことなどに注目して式をつくるとよい
・多角形の内角の和
・三角形の内角と外角の性質

解 答

⑴　△BCD の内角の和は 180° であるから

$\bigcirc + \bullet + 120^\circ = 180^\circ$

$\bigcirc + \bullet = 60^\circ$　…①

また，△ABC の内角の和も 180° であるから

$2(\bigcirc + \bullet) + \angle x = 180^\circ$

①より

$2 \times 60^\circ + \angle x = 180^\circ$

よって

$\angle x = 180^\circ - 2 \times 60^\circ$

$= \mathbf{60^\circ}$　**…(答)**

⑵　四角形 ABCD の内角の和は 360° であるから

$2(\bigcirc + \bullet) + 110^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

$2(\bigcirc + \bullet) = 160^\circ$

$\bigcirc + \bullet = 80^\circ$　…①

また，△OCD の内角の和は 180° であるから

$\bigcirc + \bullet + \angle x = 180^\circ$

①より

$80^\circ + \angle x = 180^\circ$

よって

$\angle x = 180^\circ - 80^\circ$

$= \mathbf{100^\circ}$　**…(答)**

⑶　△ABC の内角と外角の性質から

$\bigcirc = \bullet + 32^\circ$　…①

また，△BCD の内角と外角の性質から

$\angle x + 2\bullet = 2\bigcirc$

①より

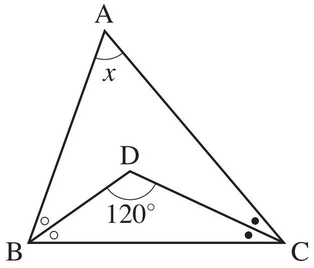
$\angle x + 2\bullet = 2 \times (\bullet + 32^\circ)$

$\angle x + 2\bullet = 2\bullet + 64^\circ$

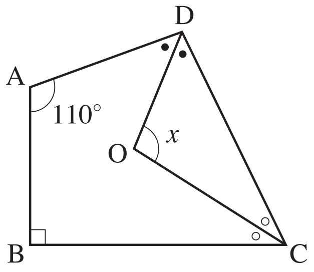
$\angle x = \mathbf{64^\circ}$　**…(答)**

MEMO

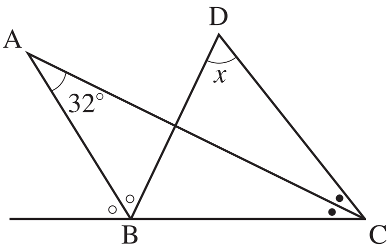
⑴



⑵



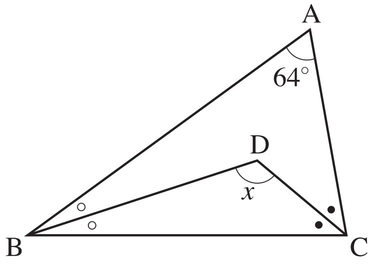
⑶



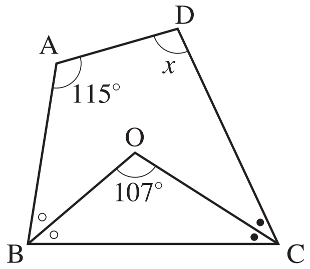
確認テスト 1

次の図で，同じ印のついた角の大きさが等しいとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

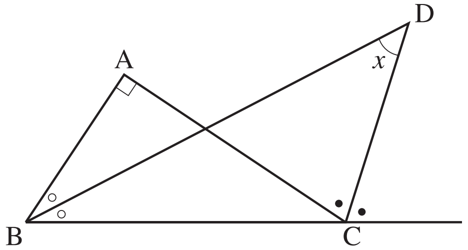
(1)



(2)



(3)

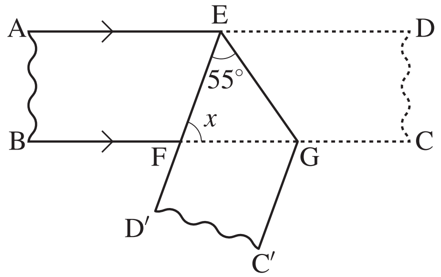


例題 2　求角の応用問題②

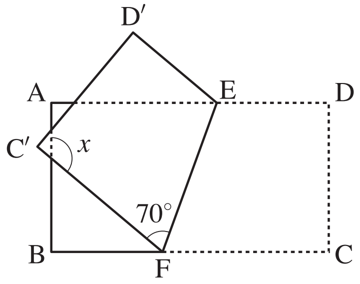
問題

次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように，紙テープを折る。$\angle FEG = 55°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

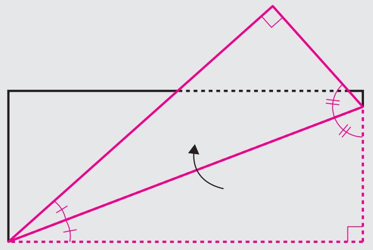


(2)　右の図のように，長方形の紙を折る。$\angle C'FE = 70°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



ポイント

● 折り返した図形について角度を求める問題
→ 折り返した前後の図形は，折り返す線について対称なので，等しい角ができることに注目する



解答

(1) もとの角と折り返した角は等しいから

$\angle DEG = \angle D'EG$
$= 55^\circ$

よって

$\angle AEF = 180^\circ - 55^\circ \times 2$
$= 70^\circ$

AD // BC で，平行線の錯角は等しいから

$\angle x = \mathbf{70^\circ}$　**・・・(答)**

(2) もとの角と折り返した角は等しいから

$\angle CFE = \angle C'FE$
$= 70^\circ$

よって

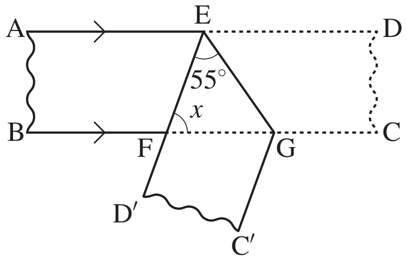
$\angle C'FB = 180^\circ - 70^\circ \times 2$
$= 40^\circ$

三角形の内角と外角の性質から

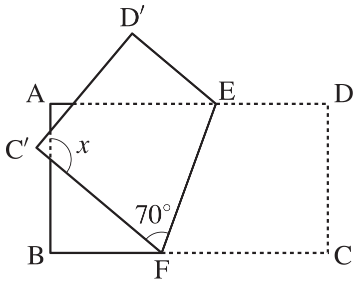
$\angle x = \angle ABF + \angle C'FB$
$= 90^\circ + 40^\circ$
$= \mathbf{130^\circ}$　**・・・(答)**

MEMO

(1)



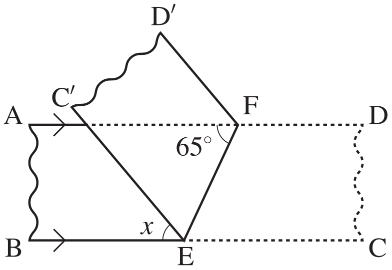
(2)



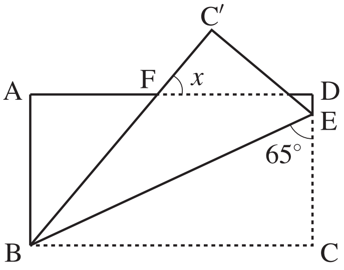
確認テスト 2

次の問いに答えなさい。

⑴　右の図のように，紙テープを折る。$\angle EFA = 65^\circ$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



⑵　右の図のように，長方形の紙を折る。$\angle CEB = 65^\circ$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

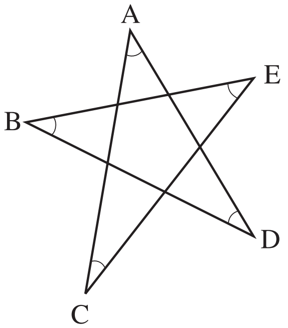


例題 3　求角の応用問題③

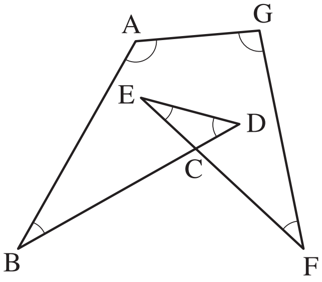
問題

次の図で，印のついた角の大きさの和を求めなさい。

⑴



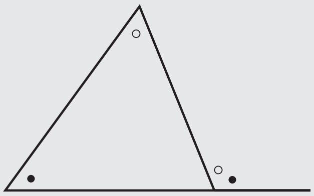
⑵



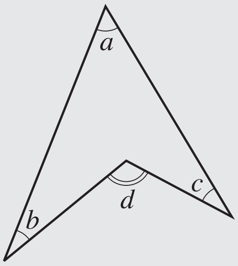
ポイント

● 角の大きさの和を求める問題
　→ それぞれの角の大きさを求めることはできないので，
　　与えられた角を大きさが等しい角に移しかえて，和が求められるようにする。
　　次のような図形の性質を利用できることが多い。

1　三角形の内角と外角の性質

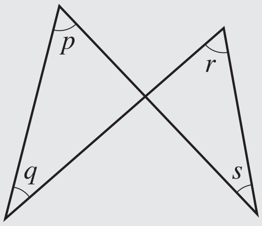


2　紙飛行機型



$\angle d = \angle a + \angle b + \angle c$

3　リボン型

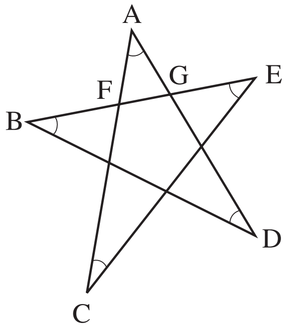


$\angle p + \angle q = \angle r + \angle s$

解 答

MEMO

(1)



　上の図のように，点 F，G をとると，三角形の内角と外角の性質より

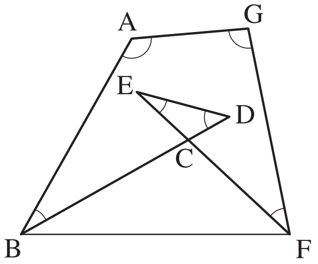
$\angle B + \angle D = \angle AGF$

$\angle C + \angle E = \angle AFG$

よって，求める角の和は △AFG の内角の和なので

180°　…(答)

(2)



上の図のように，2 点 B，F を結ぶと

$\angle E + \angle D = \angle CBF + \angle CFB$

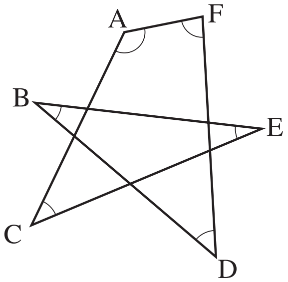
よって，求める角の和は四角形 ABFG の内角の和なので

360°　…(答)

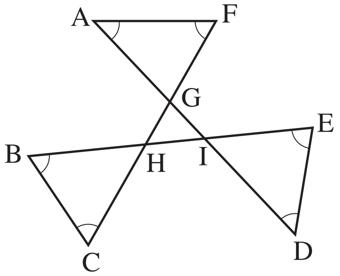
確認テスト 3

次の図で，印のついた角の大きさの和を求めなさい。

(1)



(2)



第 24 講・合同な図形

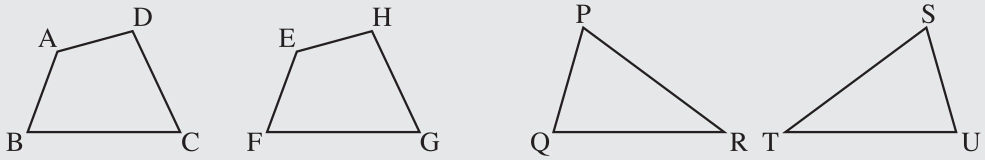
例題 1　合同な図形

ポイント

- ぴったり重ね合わせることのできる 2 つの図形を合同であるという。
  合同な図形では，対応する線分や角は等しい。

- 2 つの図形が合同であることを，≡ の記号を使って表す。

（例）　四角形 ABCD ≡ 四角形 EFGH　　　　△PQR ≡ △SUT



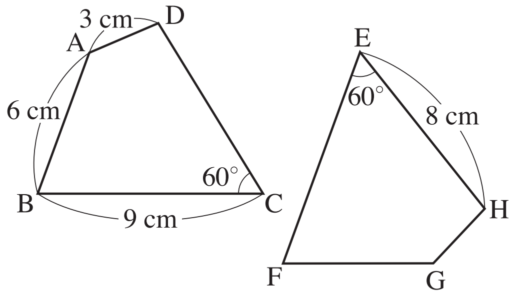
問題

右の図の 2 つの四角形は合同である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　2 つの四角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

(2)　辺 FG の長さを求めなさい。

(3)　∠G に対応する角を答えなさい。



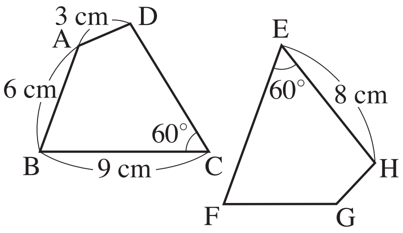
解答

(1)　対応する頂点は，A と G，B と F，C と E，D と H だから
　　四角形 ABCD ≡ 四角形 GFEH　…(答)

(2)　辺 FG と対応する辺は辺 BA であり，対応する辺は等しいから
　　6 cm　…(答)

(3)　頂点 G に対応する頂点は A だから
　　∠A　…(答)

MEMO



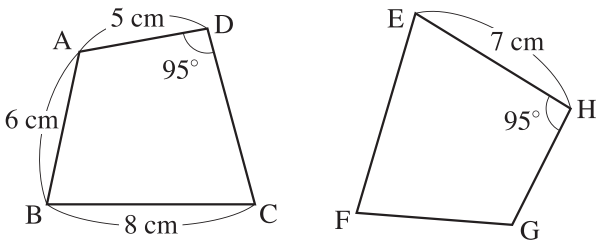
確認テスト 1

次の図の 2 つの四角形は合同である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　2 つの四角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

(2)　辺 EF の長さを求めなさい。

(3)　∠C に対応する角を答えなさい。



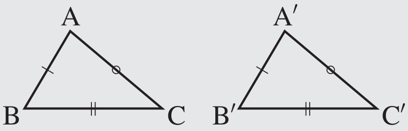
第 25 講・三角形の合同条件

例題 1　三角形の合同条件①

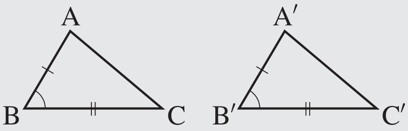
ポイント

● 三角形の合同条件 ： 次の 3 つのどれかが成り立つとき，2 つの三角形は合同である

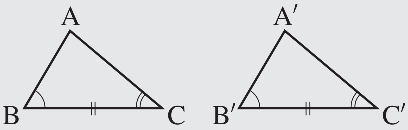
1　3 組の辺がそれぞれ等しい



2　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい



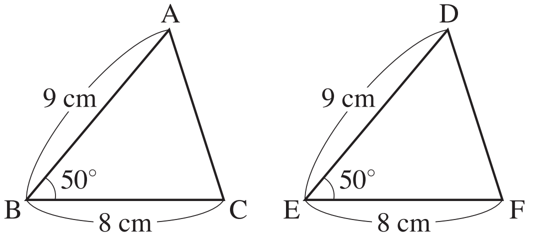
3　1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



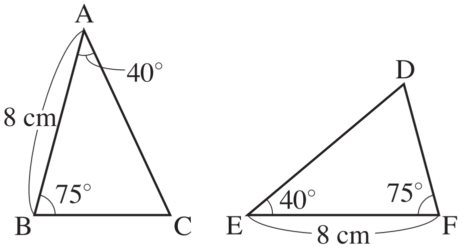
問題

　次の場合について，2 つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。なお，そのときに使った合同条件を示すこと。

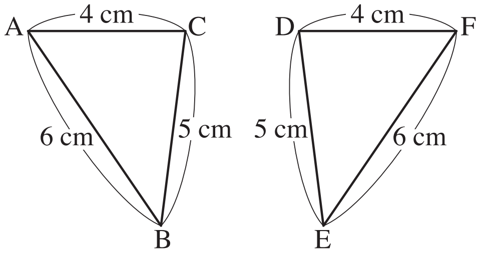
(1)



(2)



(3)



解答

MEMO

(1) 　AB = DE = 9 cm

　BC = EF = 8 cm

　$\angle B = \angle E = 50^\circ$

だから，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

　△ABC ≡ △DEF　…(答)

(2) 　AB = EF = 8 cm

　$\angle A = \angle E = 40^\circ$

　$\angle B = \angle F = 75^\circ$

だから，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

　△ABC ≡ △EFD　…(答)

(3)　　AB = FE = 6 cm

　　　BC = ED = 5 cm

　　　CA = DF = 4 cm

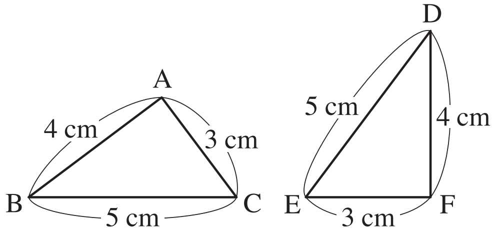
だから，3 組の辺がそれぞれ等しいので

△ABC ≡ △FED　・・・(答)

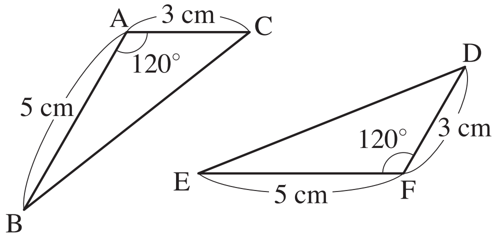
確認テスト 1

次の場合について，2 つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を答えなさい。

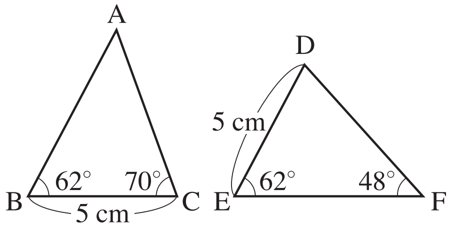
(1)



(2)



(3)

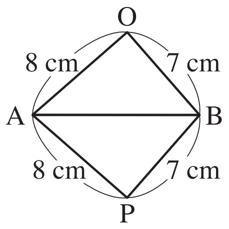


例題 2　三角形の合同条件②

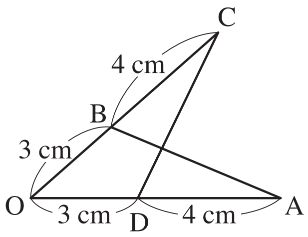
問題

次の図で，△OAB と合同な三角形はどれか答えなさい。なお，そのときに使った合同条件を示すこと。

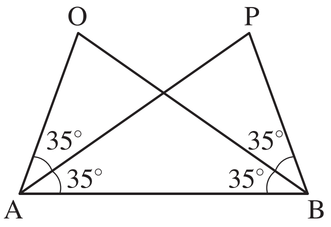
(1)



(2)



(3)



解答

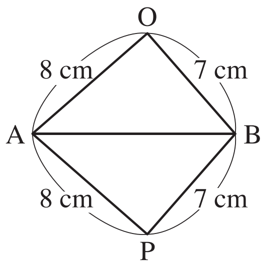
(1)　OA = PA = 8 cm
　OB = PB = 7 cm
　辺 AB は共通
だから，3 組の辺がそれぞれ等しいので
　△OAB ≡ △PAB
よって
　△PAB　…(答)

(2)　OA = OC = 7 cm
　OB = OD = 3 cm
　∠O は共通
だから，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
　△OAB ≡ △OCD
よって
　△OCD　…(答)

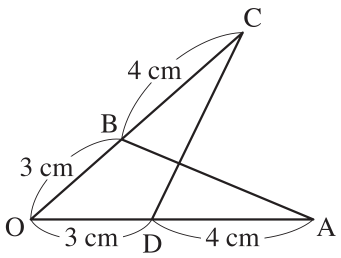
(3)　辺 AB は共通
　∠OAB = ∠PBA = 70°
　∠OBA = ∠PAB = 35°
だから，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
　△OAB ≡ △PBA
よって
　△PBA　…(答)

MEMO

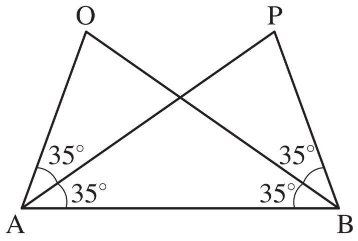
(1)



(2)



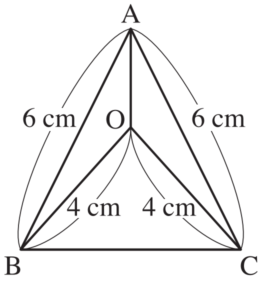
(3)



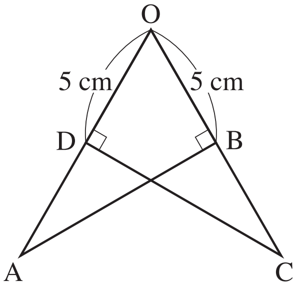
確認テスト 2

次の図で，△OAB と合同な三角形はどれか答えなさい。また，そのときに使った合同条件を答えなさい。

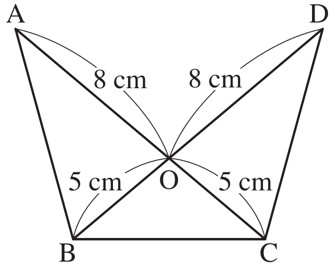
(1)



(2)



(3)



第 26 講・三角形の合同の証明

例題 1　仮定と結論

ポイント

● 「○○○ならば△△△」という形で述べられる文では「ならば」の前の「○○○」の部分を仮定（かてい），「ならば」の後の「△△△」の部分を結論（けつろん）という

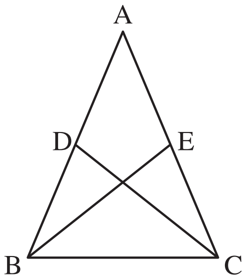
問題

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。

(1) 平面上の 3 直線 ℓ，m，n で，$\ell \parallel m$，$m \perp n$ ならば，$\ell \perp n$ である。

(2) x が 4 の倍数ならば，x は偶数である。

(3) 右の図で，AB = AC，AD = AE ならば，∠ABE = ∠ACD である。



解答

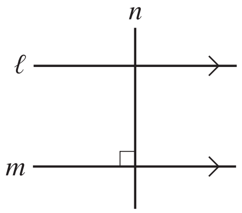
(1) 仮定：$\boldsymbol{\ell \parallel m}$，$\boldsymbol{m \perp n}$
結論：$\boldsymbol{\ell \perp n}$ …(答)

(2) 仮定：**x が 4 の倍数**
結論：**x は偶数** …(答)

(3) 仮定：**AB = AC，AD = AE**
結論：**∠ABE = ∠ACD** …(答)

MEMO

(1)



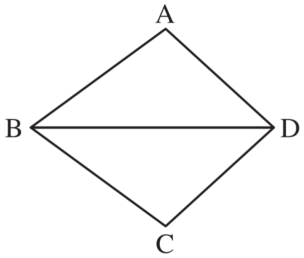
確認テスト 1

次のことがらについて，仮定と結論を答えなさい。

(1) $x > y$ ならば，$-5x < -5y$ である。

(2) a が偶数ならば，$2a$ は 4 の倍数である。

(3) 右の図で，AB = CB，AD = CD ならば，△ABD ≡ △CBD である。



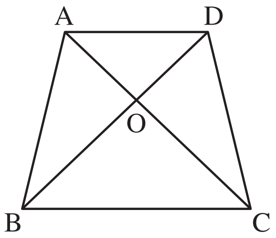
例題 2　三角形の合同の証明①

ポイント

● **証明**（しょうめい）：すでに正しいと認められていることがらを根拠にして，仮定から結論を導くこと

問題

　右の図の四角形 ABCD で，2 つの対角線の交点を O とする。OA ＝ OD，OB ＝ OC ならば △OAB ≡ △ODC であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

　△OAB と △ODC において，(1) より

　　OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①

(2) から

　　∠AOB ＝ ∠DOC　…②

①，②より，(3) から

　　△OAB ≡ △ODC　**（証明終）**

解答

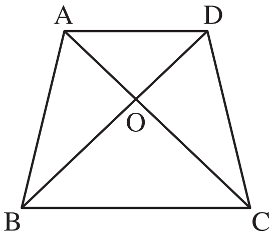
(1)　仮定

(2)　対頂角は等しい

(3)　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

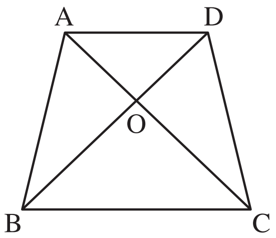
MEMO

【仮定】
【結論】



確認テスト 2

右の図の四角形 ABCD で，2 つの対角線の交点を O とする。
OA ＝ OD，OB ＝ OC ならば △OAB ≡ △ODC であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】
△OAB と △ODC において， (1) より
OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①
(2) から
∠AOB ＝ ∠DOC　…②
①，②より， (3) から
△OAB ≡ △ODC　**（証明終）**

例題 3　三角形の合同の証明②

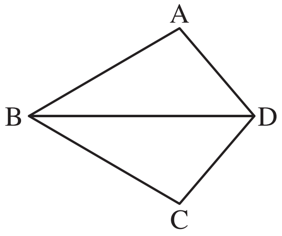
ポイント

● 2 つの三角形が合同であることを証明するとき，次のように証明を進める

（例）
△OAB と △ODC において，　← 証明したい 2 つの三角形を書く
仮定より
OA ＝ OD，OB ＝ OC　…①
対頂角は等しいから
∠AOB ＝ ∠DOC　…②
（上の 4 行：根拠とともに等しい辺や角を示す）
①，②より，2 組の辺とその間の角が
それぞれ等しいから
（上の 2 行：合同条件を述べる）
△OAB ≡ △ODC　**（証明終）**　← 結論を述べる

問題

右の図の四角形 ABCD で，AB = BC であり，対角線 BD は ∠B を 2 等分するとき，△ABD ≡ △CBD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

(1) …①

(2) …②

また

(3) は共通 …③

①，②，③より， (4) から

△ABD ≡ △CBD **（証明終）**

解答

(1) AB = CB

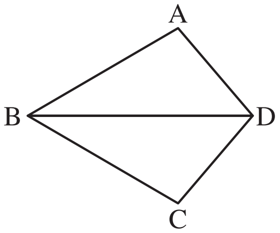
(2) ∠ABD = ∠CBD

(3) BD

(4) 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

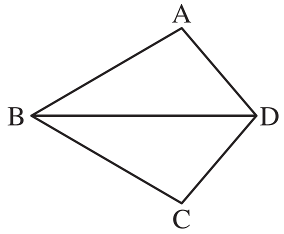
MEMO

【仮定】
【結論】



確認テスト 3

右の図の四角形 ABCD で，AB = BC であり，対角線 BD は ∠B を 2 等分するとき，△ABD ≡ △CBD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △CBD において，仮定より

(1) …①

(2) …②

また

(3) は共通 …③

①，②，③より，(4) から

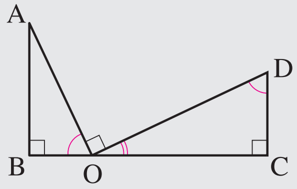
△ABD ≡ △CBD　**（証明終）**

例題 4　三角形の合同の証明③

ポイント

● 2 つの角が等しいことを証明するとき，共通する角を用いた式で表すことが有効な場合がある

（例）右の図で，∠BOA = ∠CDO であることを証明する。



∠AOD = 90° より

$\angle BOA = 180° - 90° - \angle DOC$

$= 90° - \angle DOC$ …①

△OCD の内角の和は 180° であり，∠OCD = 90° だから

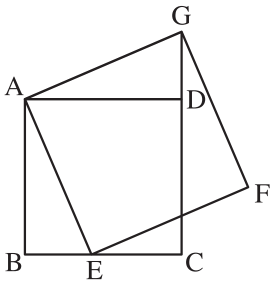
$\angle CDO = 180° - 90° - \angle DOC$

$= 90° - \angle DOC$ …②

①，②より，∠BOA = ∠CDO

問題

右の図で，四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに正方形であり，点 E は辺 BC 上にある。点 D と G を結ぶとき，$\triangle ABE \equiv \triangle ADG$ となることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑷ を埋めなさい。



【証明】

$\triangle ABE$ と $\triangle ADG$ において，四角形 ABCD は正方形だから

$AB = AD$ …①

四角形 AEFG は正方形だから

⑴ …②

また，$\angle BAD = \angle EAG = 90°$ より

$\angle BAE = 90° -$ ⑵ …③

$\angle DAG = 90° -$ ⑵ …④

③，④より

⑶ …⑤

①，②，⑤より，⑷ から

$\triangle ABE \equiv \triangle ADG$ **（証明終）**

解答

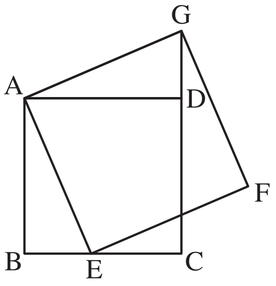
⑴ $AE = AG$

⑵ $\angle DAE$

⑶ $\angle BAE = \angle DAG$

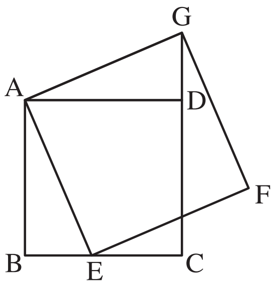
⑷ 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

MEMO



確認テスト 4

右の図で，四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに正方形であり，点 E は辺 BC 上にある。点 D と G を結ぶとき，△ABE ≡ △ADG となることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ADG において，四角形 ABCD は正方形だから

AB = AD　…①

四角形 AEFG は正方形だから

[(1)]　…②

また，∠BAD = ∠EAG = 90° より

∠BAE = 90° − [(2)]　…③

∠DAG = 90° − [(2)]　…④

③，④より

[(3)]　…⑤

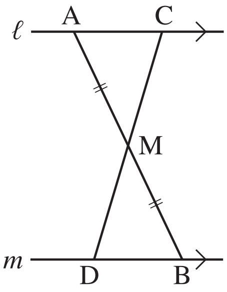
①，②，⑤より，[(4)] から

△ABE ≡ △ADG　（証明終）

例題 5　三角形の合同を利用した証明

問題

右の図で，2 点 A，B はそれぞれ平行な 2 直線 ℓ，m 上にある。線分 AB の中点 M を通る直線が ℓ，m と交わる点をそれぞれ C，D とするとき，AC = BD であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

AM = BM　・・・①

対頂角は等しいから

(1)　・・・②

ℓ // m より，(2) から

∠CAM = ∠DBM　・・・③

①，②，③より，(3) から

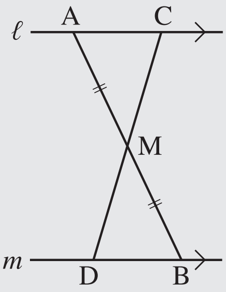
△AMC ≡ △BMD

よって，(4) から

AC = BD　**（証明終）**

ポイント

- 直接 AC = BD を示すことはできない
  → △AMC と △BMD が合同であることを証明すれば，対応する辺が等しいことを利用して AC = BD を示すことができる。



解 答

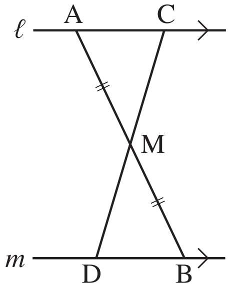
⑴　∠AMC = ∠BMD

⑵　平行線の錯角は等しい

⑶　1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

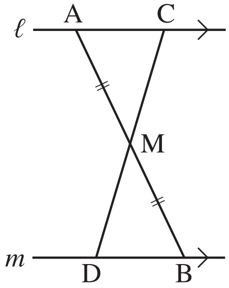
⑷　対応する辺は等しい

MEMO



確認テスト 5

右の図で，2 点 A，B はそれぞれ平行な 2 直線 ℓ，m 上にある。線分 AB の中点 M を通る直線が ℓ，m と交わる点をそれぞれ C，D とするとき，AC = BD であることを次のように証明する。このとき，空欄［⑴］～［⑷］を埋めなさい。



【証明】

△AMC と △BMD において，仮定より

AM = BM　…①

対頂角は等しいから

［⑴］　…②

ℓ // m より，［⑵］から

∠CAM = ∠DBM　…③

①，②，③より，［⑶］から

△AMC ≡ △BMD

よって，［⑷］から

AC = BD　**（証明終）**

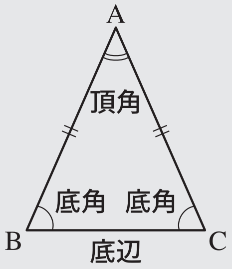
第 27 講・二等辺三角形

例題 1　二等辺三角形の定義と性質

ポイント

● 二等辺三角形の定義　：　2 つの辺が等しい三角形を二等辺三角形という

※ 定義（ていぎ）　：　ことばの意味をはっきりと述べたもの



頂角（ちょうかく）　：　二等辺三角形の長さの等しい 2 つの辺の間の角

底辺（ていへん）　：　頂角に対する辺

底角（ていかく）　：　底辺の両端の角

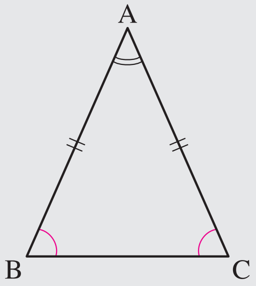
● 二等辺三角形の性質（定理（ていり））

1　二等辺三角形の底角は等しい

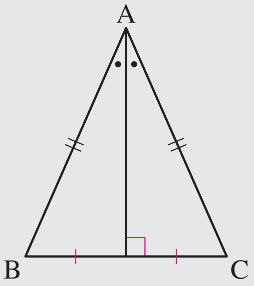
2　二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する

※ 定理　：　すでに証明されたことがらのうち，証明の根拠としてよく使われるもの

1



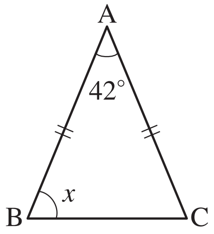
2



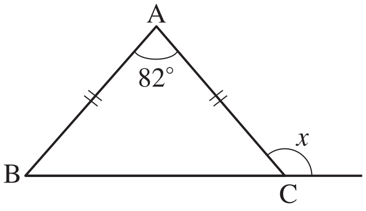
問 題

次の図で，AB = AC のとき，∠x の大きさを求めなさい。

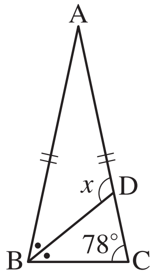
(1)



(2)



(3)



（線分 BD は ∠ABC の二等分線）

解 答

(1)　$\angle x = (180° - 42°) \div 2$
　　　$= \mathbf{69°}$　…（答）

(2)　$\angle ACB = (180° - 82°) \div 2$
　　　　$= 49°$

したがって

$\angle x = 180° - 49°$
　$= \mathbf{131°}$　…（答）

(3)　AB = AC より

$\angle ABC = \angle ACB$
　　　$= 78°$

よって

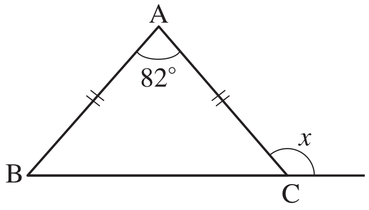
$\angle CBD = \angle ABC \div 2$
　　　$= 39°$

したがって，△BCD の内角と外角の性質から

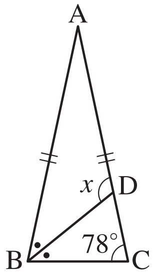
$\angle x = 39° + 78°$
　$= \mathbf{117°}$　…（答）

MEMO

(2)



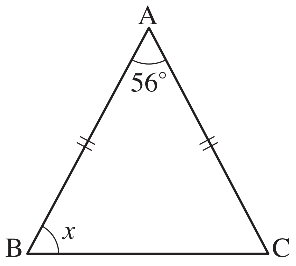
(3)



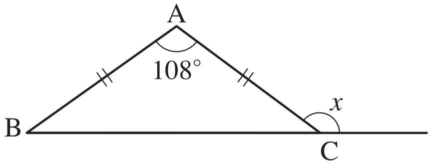
確認テスト 1

次の図で，AB = AC のとき，∠x の大きさを求めなさい。

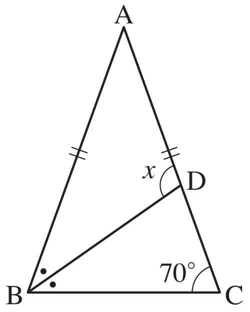
(1)



(2)



(3)



（線分 BD は ∠ABC の二等分線）

例題 2　鋭角三角形・鈍角三角形

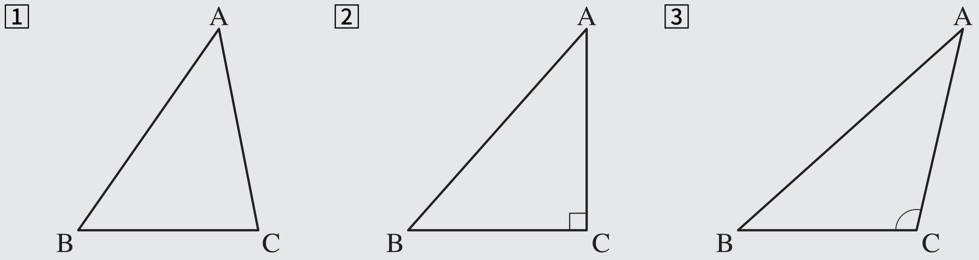
ポイント

● 三角形は，内角により次のように分類できる

1 鋭角三角形（えいかく）：3 つの内角がすべて鋭角（0° より大きく 90° より小さい角）である三角形

2 直角三角形：1 つの内角が直角である三角形

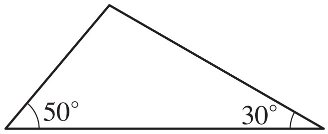
3 鈍角三角形（どんかく）：1 つの内角が鈍角（90° より大きく 180° より小さい角）である三角形



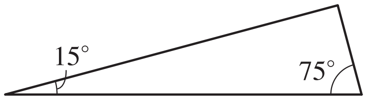
問題

次の三角形はそれぞれ，鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のうちのどれか答えなさい。

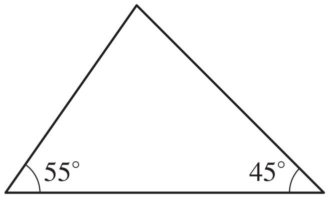
(1)



(2)



(3)



解答

(1)　三角形の 3 つの角のうち 2 つの角が 50° と 30° なので，残りの角の大きさは

$180° - (50° + 30°) = 100°$

100° の角は鈍角なので

鈍角三角形　…(答)

(2)　三角形の 3 つの角のうち 2 つの角が 15° と 75° なので，残りの角の大きさは

$180° - (15° + 75°) = 90°$

よって

直角三角形　…(答)

(3)　三角形の 3 つの角のうち 2 つの角が 55° と 45° なので，残りの角の大きさは

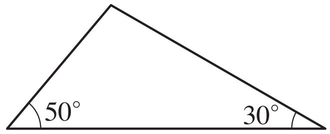
$180° - (55° + 45°) = 80°$

55°，45°，80° の角はすべて鋭角なので

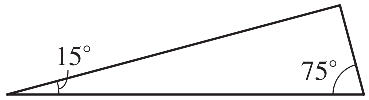
鋭角三角形　…(答)

MEMO

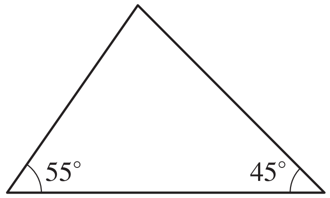
(1)



(2)



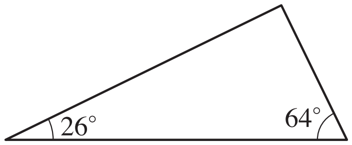
(3)



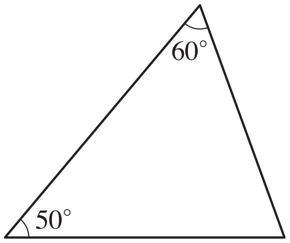
確認テスト 2

次の三角形はそれぞれ，鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のうちのどれか答えなさい。

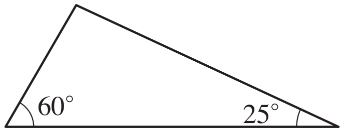
(1)



(2)



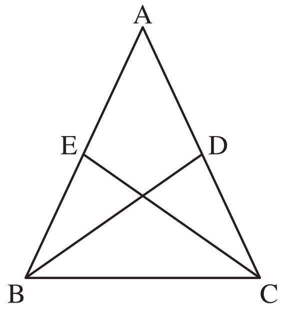
(3)



例題 3　二等辺三角形の性質を利用した証明

問題

AB = AC の二等辺三角形で，∠DBC = ∠ECB となるように辺 AC，AB 上にそれぞれ D，E をとるとき，△ABD ≡ △ACE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △ACE において，仮定より

AB = AC　…①

∠DBC = ∠ECB　…②

(1) は等しいから

∠ABC = ∠ACB　…③

②，③より

∠ABD = ∠ABC − ∠DBC

= (2)

= (3)　…④

また

∠A は共通　…⑤

①，④，⑤より，(4) から

△ABD ≡ △ACE　**（証明終）**

ポイント

● 仮定より

∠DBC = ∠ECB

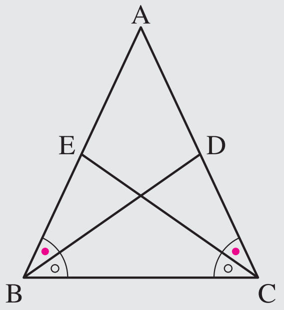
二等辺三角形の底角は等しいので

∠ABC = ∠ACB

よって，これらの角の大きさの差から

∠ABD = ∠ACE

を示すことができる。



解答

(1) 二等辺三角形の底角

(2) ∠ACB − ∠ECB

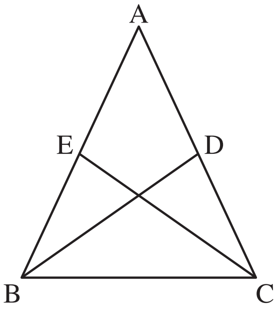
(3) ∠ACE

(4) 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

MEMO

確認テスト 3

AB = AC の二等辺三角形で，∠DBC = ∠ECB となるように辺 AC，AB 上にそれぞれ D，E をとるとき，△ABD ≡ △ACE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABD と △ACE において，仮定より

AB = AC　…①

∠DBC = ∠ECB　…②

(1) は等しいから

∠ABC = ∠ACB　…③

②，③より

∠ABD = ∠ABC − ∠DBC

= (2)

= (3)　…④

また

∠A は共通　…⑤

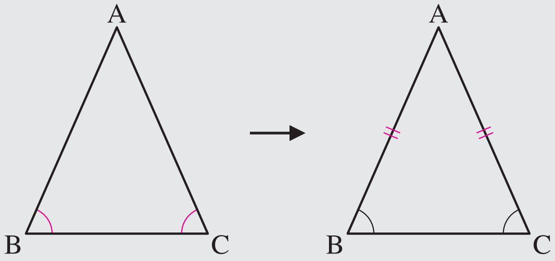
①，④，⑤より，(4) から

△ABD ≡ △ACE　（証明終）

例題 4　二等辺三角形になるための条件

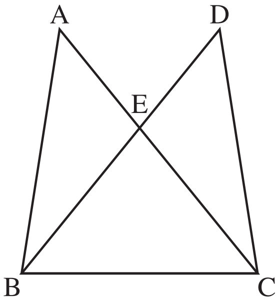
ポイント

● 二等辺三角形になるための条件
　→ 2 つの角が等しい三角形は二等辺三角形である



問題

右の図で，AB ＝ DC，AC ＝ DB のとき，△EBC は二等辺三角形であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】
△ABC と △DCB において，仮定より
AB ＝ DC　・・・①
AC ＝ DB　・・・②
さらに
(1) は共通　・・・③
①，②，③より，(2) から
(3)
よって，対応する角は等しいから
(4)
したがって，2 つの角が等しいから，△EBC は EC ＝ EB の二等辺三角形である。**（証明終）**

解答

(1)　BC

(2)　3 組の辺がそれぞれ等しい

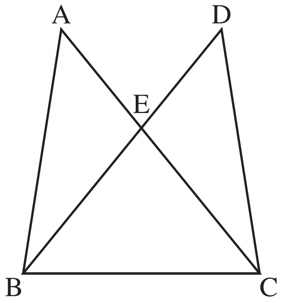
MEMO

(3)　△ABC ≡ △DCB

(4)　∠ACB = ∠DBC

確認テスト 4

右の図で，AB = DC，AC = DB のとき，△EBC は二等辺三角形であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。

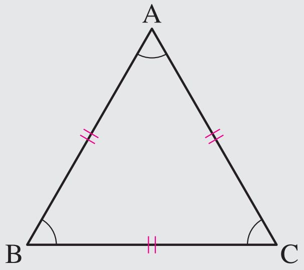


【証明】
△ABC と △DCB において，仮定より
AB = DC　・・・①
AC = DB　・・・②
さらに
[(1)] は共通　・・・③
①，②，③より，[(2)] から
[(3)]
よって，対応する角は等しいから
[(4)]
したがって，2 つの角が等しいから，△EBC は EC = EB の二等辺三角形である。**(証明終)**

例題 5　正三角形の性質を利用した証明

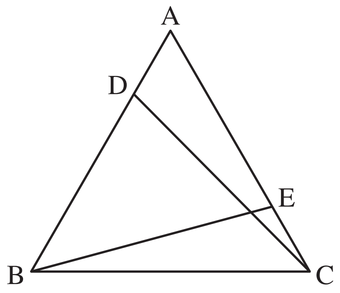
ポイント

- 正三角形の定義　：　3 つの辺が等しい三角形を
  正三角形という
- 正三角形の性質（定理）：　3 つの角が等しい



問題

右の図で，△ABC は正三角形である。辺 AB，CA 上に，AD = CE となるように点 D，E をとるとき，△ACD ≡ △CBE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

△ACD と △CBE において，仮定より

AD = CE　…①

△ABC は正三角形だから

(1)　…②

(2)　…③

①，②，③より，(3) から

△ACD ≡ △CBE　**（証明終）**

解答

(1)　AC = CB

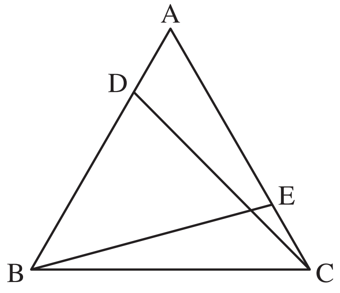
(2)　∠CAD = ∠BCE

(3)　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

MEMO

確認テスト 5

右の図で，△ABC は正三角形である。辺 AB，CA 上に，AD = CE となるように点 D，E をとるとき，△ACD ≡ △CBE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。



【証明】

△ACD と △CBE において，仮定より

AD = CE　…①

△ABC は正三角形だから

(1)　…②

(2)　…③

①，②，③より，(3) から

△ACD ≡ △CBE　**（証明終）**

第 28 講・ことがらの逆・反例

例題 1　ことがらの逆・反例

ポイント

● 逆（ぎゃく）：あることがらの仮定と結論を入れかえたもの

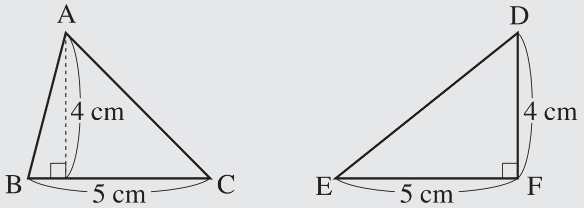
（例）2 つの三角形が合同ならば，その 2 つの三角形の面積は等しい

2 つの三角形の面積が等しいならば，その 2 つの三角形は合同である

逆

● 反例（はんれい）：あることがらが成り立たないことの例。
あることがらが正しくないことを示すには，反例を 1 つあげればよい

（例）「2 つの三角形の面積が等しいならば，その 2 つの三角形は合同である」
→ 下の図の △ABC と △DEF のように，面積は等しいが合同でない
2 つの三角形の反例があるので，正しくない



問題

次のことがらの逆を答えなさい。また，それが正しいかどうかも答えなさい。

(1)　$x = 2$ ならば，$2x - 4 = 0$ である。

(2)　△ABC で，∠A = 90°，AB = AC ならば，∠B = 45° である。

解答

⑴　ことがらの逆は

$2x-4=0$ ならば，$x=2$ である。　…(答)

$2x-4=0$ を解くと

$$2x-4=0$$
$$2x=4$$
$$x=2$$

よって，逆は

正しい　…(答)

⑵　ことがらの逆は

△ABC で，∠B = 45° ならば，∠A = 90°，AB = AC である。　…(答)

このとき，反例として ∠A = 80°，∠C = 55° の△ABC があげられる。よって，逆は

正しくない　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次のことがらの逆を答えなさい。また，それが正しいかどうかも答えなさい。

⑴　$x<-3$ ならば，x は負の数である。

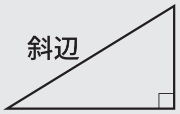
⑵　△ABC で，∠A = ∠B = 60° ならば，△ABC は正三角形である。

第 29 講・直角三角形の合同

例題 1　直角三角形の合同条件

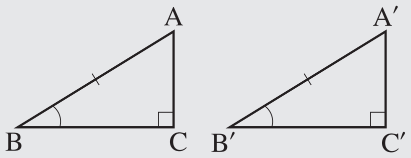
ポイント

● 斜辺（しゃへん）：　直角三角形の直角に対する辺

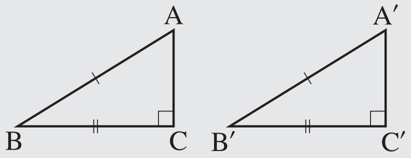


● 直角三角形の合同条件　：　次のどちらかが成り立つとき，
2 つの直角三角形は合同である

[1]　斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい



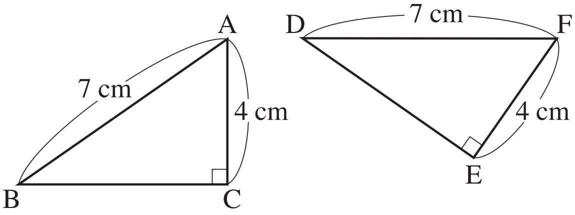
[2]　斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい



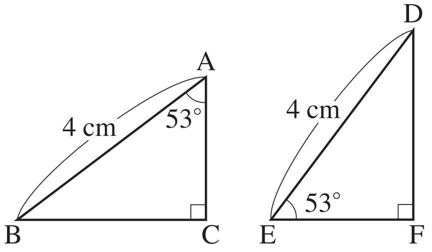
問題

次の図で，2 つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。なお，そのときに使った合同条件を示すこと。

(1)



(2)



解答

(1)　$\angle C = \angle E = 90°$

$AB = FD = 7$ cm

$AC = FE = 4$ cm

だから，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいので

△ABC ≡ △FDE　…(答)

(2)　$\angle C = \angle F = 90°$

$AB = ED = 4$ cm

$\angle A = \angle E = 53°$

だから，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

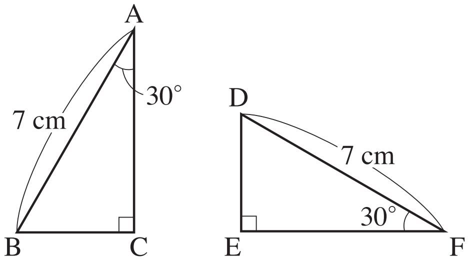
△ABC ≡ △EDF　…(答)

MEMO

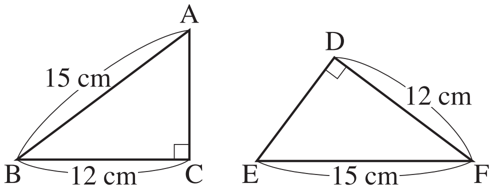
確認テスト 1

次の図で，2 つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を答えなさい。

(1)



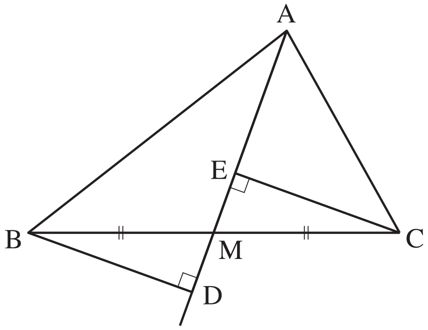
(2)



例題 2　直角三角形の合同についての証明①

問題

△ABC で，辺 BC の中点を M とする。2 点 B，C から直線 AM にそれぞれ垂線 BD，CE をひくとき，△BDM ≡ △CEM であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△BDM と △CEM において，仮定より

∠BDM = ∠CEM = [(1)]　…①

BM = CM　…②

[(2)] から

[(3)]　…③

①，②，③より，[(4)] から

△BDM ≡ △CEM　**（証明終）**

解答

⑴　90°

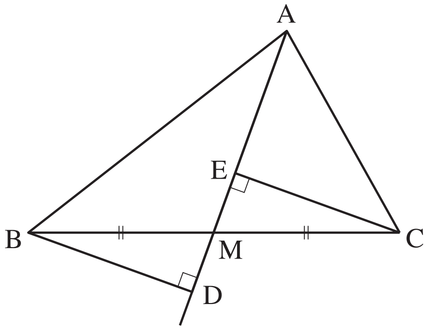
⑵　対頂角は等しい

⑶　∠BMD = ∠CME

⑷　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

MEMO

確認テスト 2



△ABC で，辺 BC の中点を M とする。2 点 B，C から直線 AM にそれぞれ垂線 BD，CE をひくとき，△BDM ≡ △CEM であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑷ を埋めなさい。

【証明】

△BDM と △CEM において，仮定より

∠BDM = ∠CEM = ⑴　…①

BM = CM　…②

⑵ から

⑶　…③

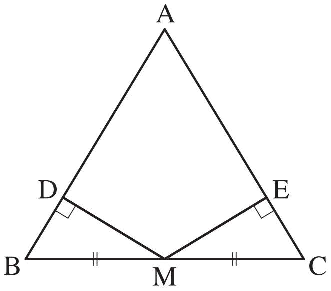
①，②，③より，⑷ から

△BDM ≡ △CEM　（証明終）

例題 3　直角三角形の合同についての証明②

問題

△ABC は AB = AC の二等辺三角形である。辺 BC の中点 M から，辺 AB，AC に垂線 MD，ME をひくとき，BD = CE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△BMD と △CME において，仮定より

BM = CM　　　　　　・・・①

∠BDM = ∠CEM = 90°　・・・②

また，二等辺三角形 ABC の底角は等しいから

(1)　・・・③

①，②，③より，(2) から

(3)

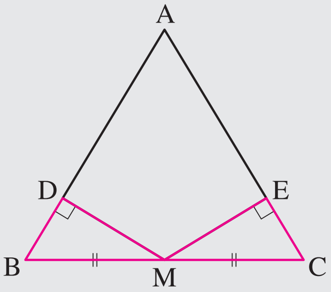
よって，(4) から

BD = CE　**（証明終）**

ポイント

● BD = CE を証明する

→ △BMD と △CME が合同であることを示せれば，対応する辺が等しいことから BD = CE を証明できる。



解答

⑴　∠DBM = ∠ECM

⑵　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

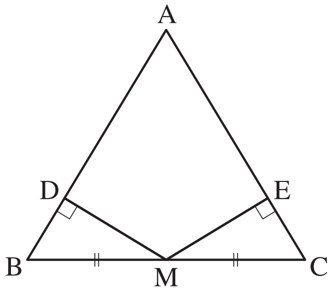
⑶　△BMD ≡ △CME

⑷　対応する辺は等しい

MEMO

確認テスト 3

△ABC は AB = AC の二等辺三角形である。辺 BC の中点 M から，辺 AB，AC に垂線 MD，ME をひくとき，BD = CE であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑷ を埋めなさい。



【証明】

△BMD と △CME において，仮定より

BM = CM　・・・①

∠BDM = ∠CEM = 90°　・・・②

また，二等辺三角形 ABC の底角は等しいから

［　⑴　］・・・③

①，②，③より，［　⑵　］から

［　⑶　］

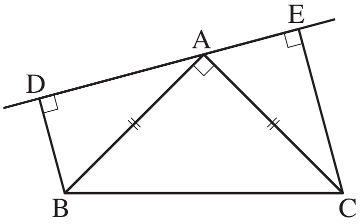
よって，［　⑷　］から

BD = CE　**（証明終）**

例題 4　直角三角形の合同についての証明③

問題

右の図のように，∠A ＝ 90° の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線に，2 点 B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひくとき，△BAD ≡ △ACE であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△BAD と △ACE において，仮定より

∠BDA ＝ ∠AEC ＝ 90°　…①

(1)　…②

∠BAD ＋ 90° ＋ ∠CAE ＝ 180° より

∠BAD ＝ (2)　…③

△ACE の内角の和より，∠ACE ＋ 90° ＋ ∠CAE ＝ 180° なので

∠ACE ＝ (2)　…④

③，④より

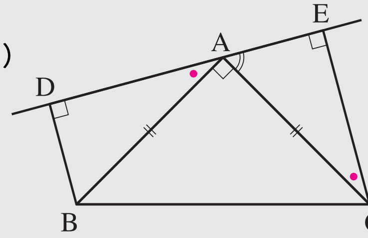
(3)　…⑤

①，②，⑤より，(4) から

△BAD ≡ △ACE　（証明終）

ポイント

- ∠BAD ＋ 90° ＋ ∠CAE ＝ 180°
  ∠ACE ＋ 90° ＋ ∠CAE ＝ 180°（△ACE の内角の和より）
  だから，∠BAD ＝ ∠ACE となることを利用する



解答

⑴　AB = CA

⑵　90° − ∠CAE

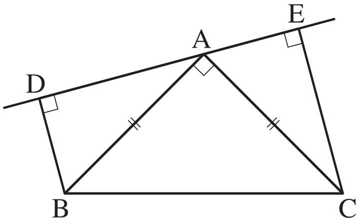
⑶　∠BAD = ∠ACE

⑷　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

MEMO

確認テスト 4

右の図のように，∠A ＝ 90° の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線に，2 点 B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひくとき，△BAD ≡ △ACE であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ 〜 ⑷ を埋めなさい。



【証明】

△BAD と △ACE において，仮定より

∠BDA = ∠AEC = 90°　…①

[⑴]　…②

∠BAD + 90° + ∠CAE = 180° より

∠BAD = [⑵]　…③

△ACE の内角の和より，∠ACE + 90° + ∠CAE = 180° なので

∠ACE = [⑵]　…④

③，④より

[⑶]　…⑤

①，②，⑤より，[⑷] から

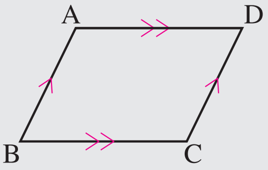
△BAD ≡ △ACE　（証明終）

第 30 講・平行四辺形の性質

例題 1　平行四辺形の定義と性質①

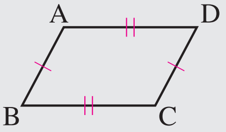
ポイント

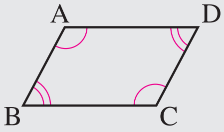
- 平行四辺形 ABCD を ▱ABCD と書くことがある
- 平行四辺形の定義　：　2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という

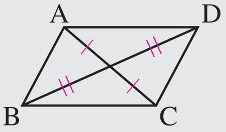


- 平行四辺形の性質（定理）

1. 平行四辺形の 2 組の対辺(たいへん)はそれぞれ等しい
2. 平行四辺形の 2 組の対角(たいかく)はそれぞれ等しい
3. 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

1


2


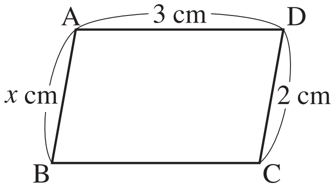
3


※ 対辺　：　四角形の向かい合う辺
　 対角　：　四角形の向かい合う角

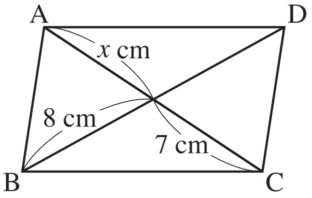
問題

次の図の □ABCD で，x の値を求め，その理由となる平行四辺形の性質を答えなさい。

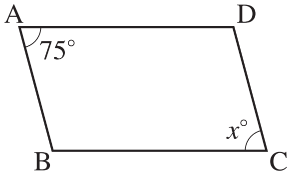
(1)



(2)



(3)



解答

MEMO

(1)　$x = 2$　・・・(答)

理由となる平行四辺形の性質は

平行四辺形の 2 組の対辺は
それぞれ等しい　・・・(答)

(2)　$x = 7$　・・・(答)

理由となる平行四辺形の性質は

平行四辺形の対角線は
それぞれの中点で交わる　・・・(答)

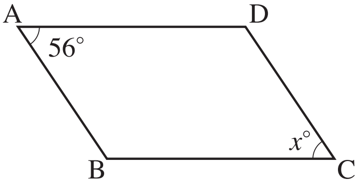
(3)　$x = 75$　・・・(答)

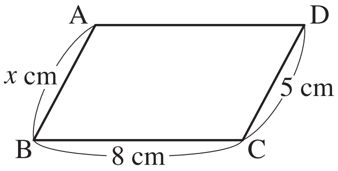
理由となる平行四辺形の性質は

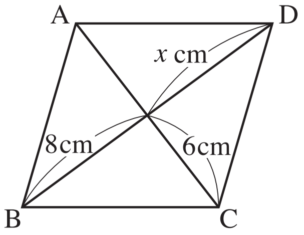
平行四辺形の 2 組の対角は
それぞれ等しい　・・・(答)

確認テスト 1

次の図の ▱ABCD で，x の値を求め，その理由となる平行四辺形の性質を答えなさい。

(1)


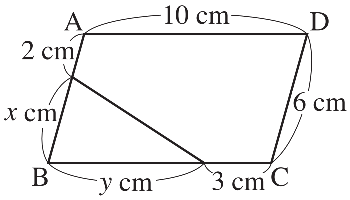
(2)


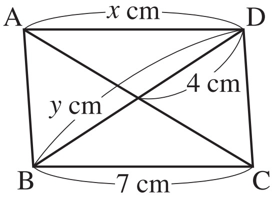
(3)


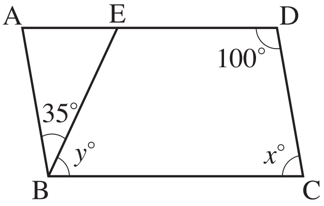
例題 2　平行四辺形の定義と性質②

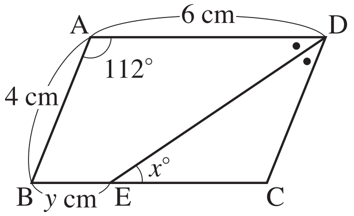
問題

次の図の ▱ABCD で，x，y の値を求めなさい。

(1)


(2)


(3)


(4)


（線分 DE は ∠ADC の二等分線）

解答

⑴　平行四辺形の対辺は等しいので

$AB = CD = 6$ cm

$BC = AD = 10$ cm

よって

$x = 6 - 2$

$= \mathbf{4}$　**…(答)**

$y = 10 - 3$

$= \mathbf{7}$　**…(答)**

⑵　平行四辺形の対辺は等しいので

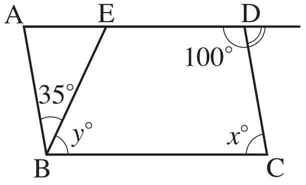
$x = \mathbf{7}$　**…(答)**

また，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので

$y = 4 \times 2$

$= \mathbf{8}$　**…(答)**

⑶



上の図で，頂点 D の外角は

$180° - 100° = 80°$

平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから

$x = \mathbf{80}$　**…(答)**

また，平行四辺形の対角は等しいので

$\angle ABC = \angle ADC$

$= 100°$

したがって

$y = 100 - 35$

$= \mathbf{65}$　**…(答)**

MEMO

(4)　平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいので

$\angle CED = \angle ADE$　…①

また，線分 DE は ∠ADC の二等分線だから

$\angle CDE = \angle ADE$　…②

①，②より，2 つの角が等しいので，△CDE は CD = CE の二等辺三角形である。

また，平行四辺形の対角は等しいので

$\angle C = \angle A$

$= 112^\circ$

よって，∠CED = ∠CDE より

$x = (180 - 112) \div 2$

$= \mathbf{34}$　…(答)

さらに，平行四辺形の対辺は等しいので

CD = AB = 4 cm

BC = AD = 6 cm

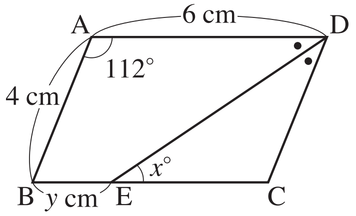
また，CE = CD = 4 cm だから

$y = BC - CE$

$= 6 - 4$

$= \mathbf{2}$　…(答)

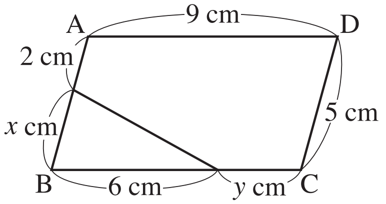
(4)



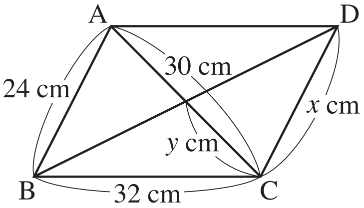
確認テスト 2

次の図の ▱ABCD で，x，y の値を求めなさい。

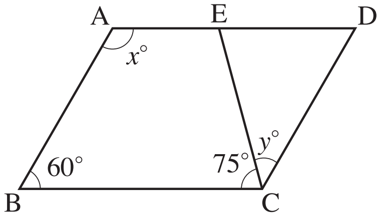
(1)



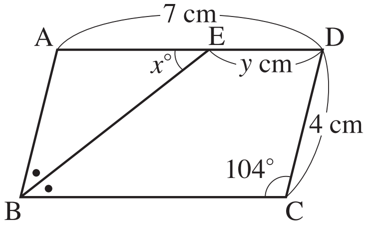
(2)



(3)



(4)

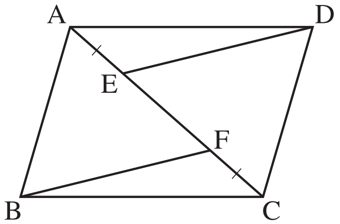


（線分 BE は ∠ABC の二等分線）

例題 3　平行四辺形の性質を利用した証明

問題

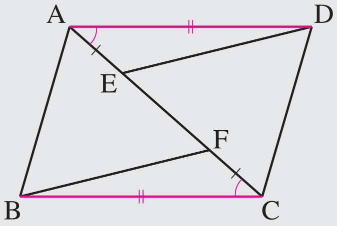
▱ABCD の対角線 AC 上に 2 点 E，F を，AE = CF となるようにとるとき，DE = BF であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】
△ADE と △CBF において，仮定より
AE = CF　…①
(1) から
AD = CB　…②
平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから
(2)　…③
①，②，③より，(3) から
△ADE ≡ △CBF
よって，(4) から
DE = BF　**（証明終）**

ポイント

- DE = BF を証明する
  → △ADE と △CBF が合同であることを示せれば，対応する辺が等しいことから DE = BF を証明できる。



- 平行四辺形の対辺は等しいので
  AD = CB
  また，平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから
  ∠DAE = ∠BCF
  となることを利用する。

解答

⑴　平行四辺形の対辺は等しい

⑵　∠DAE = ∠BCF

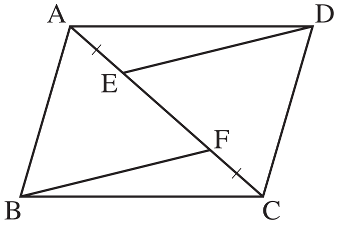
⑶　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

⑷　対応する辺は等しい

MEMO

確認テスト 3

▱ABCD の対角線 AC 上に 2 点 E，F を，AE = CF となるようにとるとき，DE = BF であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ ～ ⑷ を埋めなさい。



【証明】

△ADE と △CBF において，仮定より

AE = CF　・・・①

［ ⑴ ］から

AD = CB　・・・②

平行四辺形の対辺は平行だから AD // BC であり，平行線の錯角は等しいから

［ ⑵ ］　・・・③

①，②，③より，［ ⑶ ］から

△ADE ≡ △CBF

よって，［ ⑷ ］から

DE = BF　**（証明終）**

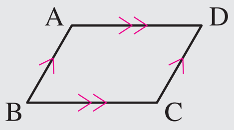
第 31 講・平行四辺形になるための条件

例題 1　平行四辺形になるための条件①

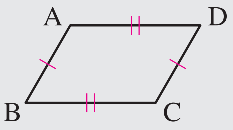
ポイント

● 平行四辺形になるための条件

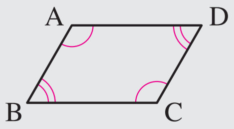
1　2 組の対辺がそれぞれ平行



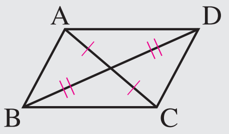
2　2 組の対辺がそれぞれ等しい



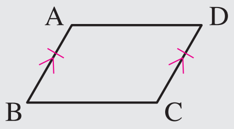
3　2 組の対角がそれぞれ等しい



4　対角線がそれぞれの中点で交わる



5　1 組の対辺が平行でその長さが等しい



問題

次の条件をみたす四角形 ABCD で，いつでも平行四辺形になるものは○，平行四辺形になるとは限らないものには×と答えなさい。

(1)　AB = CD，AD = BC

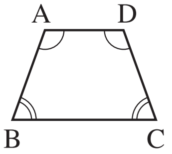
(2)　$\angle$A = $\angle$D，$\angle$B = $\angle$C

(3)　AD // BC，AD = BC

解答

⑴　四角形 ABCD の 2 組の対辺がそれぞれ等しいので，平行四辺形である。よって
　　○　…(答)

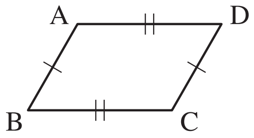
⑵　四角形 ABCD で ∠A = ∠D，∠B = ∠C のとき，次の図のような台形になる。

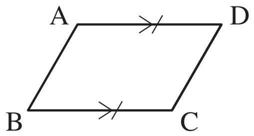


よって
　　×　…(答)

⑶　四角形 ABCD の 1 組の対辺が平行でその長さが等しいので，平行四辺形である。よって
　　○　…(答)

MEMO

⑴


⑶


確認テスト 1

次の条件をみたす四角形 ABCD で，いつでも平行四辺形になるものは○，平行四辺形になるとは限らないものには×と答えなさい。

⑴　AB = AD，BC = CD

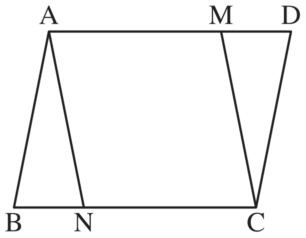
⑵　∠A = ∠C，∠B = ∠D

⑶　AD // BC，AB = CD

例題 2　平行四辺形になるための条件②

問題

▱ABCD の 2 辺 AD，BC 上に，MD = BN となるように，M，N をとるとき，四角形 ANCM が平行四辺形であることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

四角形 ANCM において，仮定より

MD = BN　…①

[(1)] から

AD = BC　…②

よって，①，②より

AM = AD − MD

= [(2)]

= [(3)]　…③

平行四辺形の対辺は平行だから

AM // NC　…④

③，④より，[(4)] から，四角形 ANCM は平行四辺形である。

（証明終）

ポイント

● 四角形 ANCM は，平行四辺形になるための条件のうち，どれを満たしているかを考える。

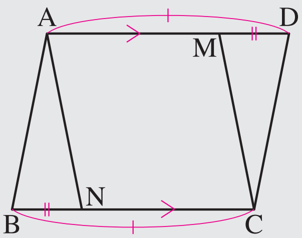
● 仮定より MD = BN，平行四辺形の対辺は等しいから AD = BC なので，これらの差から

AM = NC

また，平行四辺形の対辺は平行だから

AM // NC

よって，四角形 ANCM の 1 組の対辺が平行でその長さが等しいことを示す。



解答

⑴　平行四辺形の対辺は等しい

⑵　BC − BN

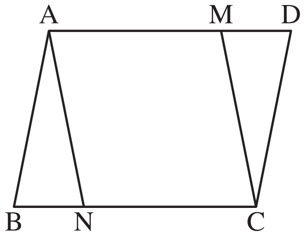
⑶　NC

⑷　1 組の対辺が平行でその長さが等しい

MEMO

確認テスト 2

▱ABCD の 2 辺 AD，BC 上に，MD = BN となるように，M，N をとるとき，四角形 ANCM が平行四辺形であることを次のように証明する。このとき，空欄 ⑴ 〜 ⑷ を埋めなさい。



【証明】

四角形 ANCM において，仮定より

MD = BN　･･･①

［ ⑴ ］から

AD = BC　･･･②

よって，①，②より

AM = AD − MD

= ［ ⑵ ］

= ［ ⑶ ］　･･･③

平行四辺形の対辺は平行だから

AM // NC　･･･④

③，④より，［ ⑷ ］から，四角形 ANCM は平行四辺形である。

（証明終）

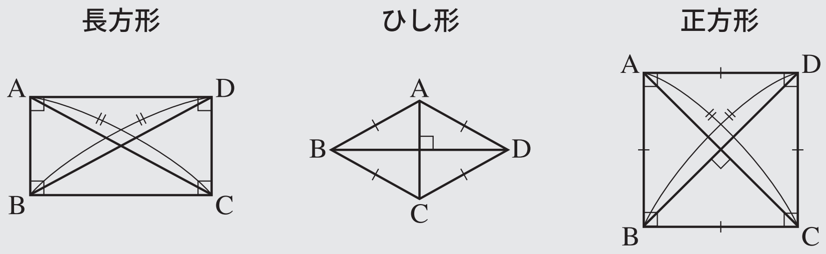
第 32 講・特別な平行四辺形

例題 1　特別な平行四辺形

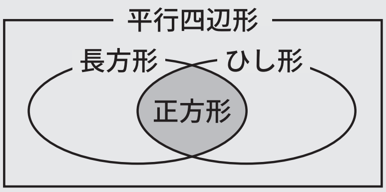
ポイント

● 特別な平行四辺形の定義
- ・長方形　：　４つの角がすべて等しい四角形
- ・ひし形　：　４つの辺がすべて等しい四角形
- ・正方形　：　４つの角がすべて等しく，４つの辺がすべて等しい四角形

● 特別な平行四辺形の対角線の性質
- ・長方形　：　対角線が等しい
- ・ひし形　：　対角線が垂直に交わる
- ・正方形　：　対角線が等しく，垂直に交わる



● 長方形やひし形は平行四辺形の特別な場合であり，
長方形でありひし形でもある四角形が正方形である



問題

次の(1)〜(4)のそれぞれの四角形について，ア〜ウの性質であてはまるものを**すべて**選びなさい。

ア　4 つの辺がすべて等しい
イ　4 つの角がすべて等しい
ウ　2 組の対辺がそれぞれ等しい

(1)　平行四辺形
(2)　ひし形
(3)　長方形
(4)　正方形

解答

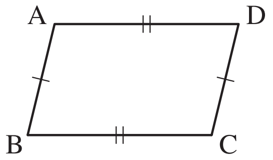
(1)　平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい。
よって
　　ウ　…(答)

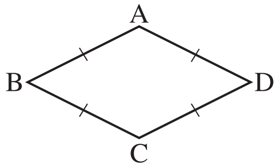
(2)　ひし形の 4 つの辺はすべて等しい。よって，2 組の対辺もそれぞれ等しいといえるから
　　ア，ウ　…(答)

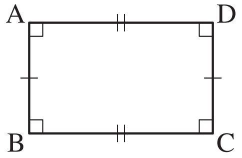
(3)　長方形の 4 つの角はすべて等しい。また，長方形は平行四辺形でもあるから，平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい。よって
　　イ，ウ　…(答)

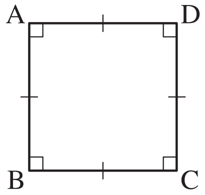
(4)　正方形の 4 つの辺はすべて等しく，4 つの角もすべて等しい。よって，2 組の対辺もそれぞれ等しいといえるから
　　ア，イ，ウ　…(答)

MEMO

(1)


(2)


(3)


(4)


確認テスト 1

次の(1)〜(4)のそれぞれの四角形について，ア〜ウの性質であてはまるものを**すべて**選びなさい。

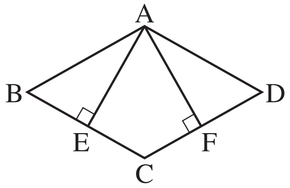
ア　2 組の対辺がそれぞれ平行
イ　対角線がそれぞれの中点で交わる
ウ　対角線の長さが等しい

(1)　平行四辺形
(2)　ひし形
(3)　長方形
(4)　正方形

例題 2　特別な平行四辺形を利用した証明

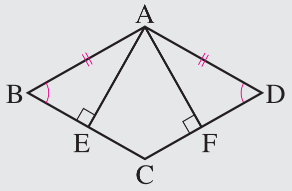
問題

右の図のように，ひし形 ABCD の頂点 A から辺 BC，CD にそれぞれ垂線 AE，AF をひくとき，AE = AF となることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) 〜 (4) を埋めなさい。



【証明】
△ABE と △ADF において，仮定より
　∠AEB = ∠AFD = 90°　…①
(1) から
　AB = AD　…②
(2) から
　(3)　…③
①，②，③より，(4) から
　△ABE ≡ △ADF
合同な三角形の対応する辺は等しいので
　AE = AF　**（証明終）**

ポイント



- AE = AF であることを証明する
  → △ABE と △ADF が合同であることを示せれば，対応する
  　辺が等しいことから AE = AF を証明できる。

- ひし形の 4 つの辺はすべて等しいから
  　AB = AD
  また，ひし形の対角は等しいから
  　∠ABE = ∠ADF
  となることを利用する。

解答

(1)　ひし形の 4 つの辺はすべて等しい

(2)　ひし形の対角は等しい

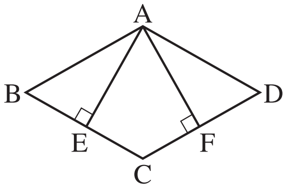
(3)　∠ABE = ∠ADF

(4)　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

MEMO

確認テスト 2

右の図のように，ひし形 ABCD の頂点 A から辺 BC，CD にそれぞれ垂線 AE，AF をひくとき，AE = AF となることを次のように証明する。このとき，空欄 (1) ～ (4) を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △ADF において，仮定より

∠AEB = ∠AFD = 90°　…①

[(1)]から

AB = AD　…②

[(2)]から

[(3)]　…③

①，②，③より，[(4)]から

△ABE ≡ △ADF

合同な三角形の対応する辺は等しいので

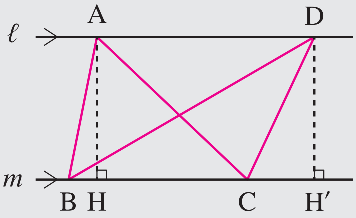
AE = AF　**（証明終）**

第33講・平行線と面積

例題 1　等しい面積の三角形

ポイント

● 次の図で，$\ell \parallel m$ のとき，△ABC と △DBC は，どちらも底辺を BC とみたときの高さが等しい（AH = DH′）ので，面積も等しい

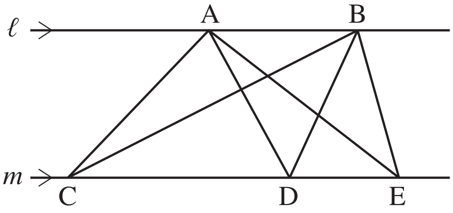


問題

右の図で，$\ell \parallel m$ のとき，次の三角形と面積が等しい三角形を**すべて**答えなさい。

(1)　△ACD

(2)　△ACB



解答

(1)　$\ell \parallel m$ より，△ACD と △BCD は，どちらも底辺を CD とみたときの高さが等しい。よって

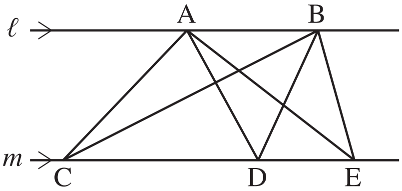
　　△BCD　…(答)

(2)　$\ell \parallel m$ より，△ACB，△ADB，△AEB は，すべて底辺を AB とみたときの高さが等しい。よって

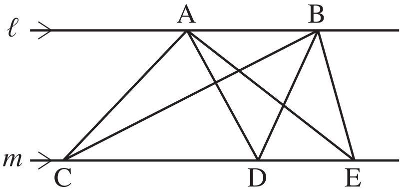
　　△ADB，△AEB　…(答)

MEMO

(1)



(2)

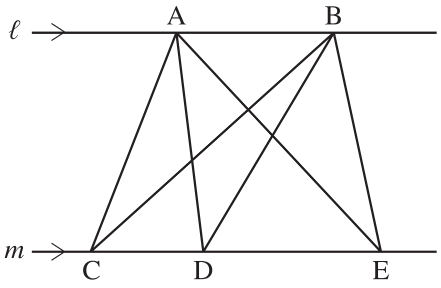


確認テスト 1

右の図で，$\ell \parallel m$ のとき，次の三角形と面積が等しい三角形を**すべて**答えなさい。

(1)　△ACE

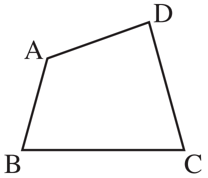
(2)　△ADB



例題 2　平行線と面積に関する作図

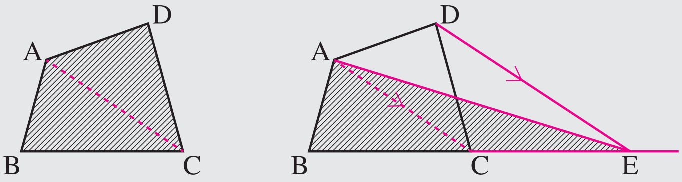
問題

下の図で，辺 BC を C のほうへ延長した直線上に点 E をとり，四角形 ABCD と面積が等しい △ABE をかきなさい。



ポイント

● 与えられた図形を分割し，等しい面積になる三角形を利用して作図する

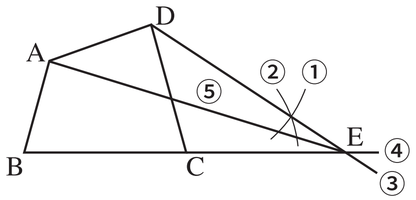


△ABC + △ACD　=　△ABC + △ACE

解答

次の手順で作図する。

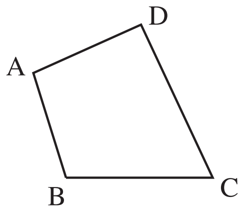
① 半径が線分 AC と等しく，点 D を中心とする円をかく。
② 半径が線分 AD と等しく，点 C を中心とする円をかく。
③ ①と②の交点と，点 D を通る直線をひく。
④ 辺 BC を延長し，③との交点を E とする。
⑤ 点 A と E を結び，△ABE をつくる。



MEMO

確認テスト 2

下の図で，辺 BC を B のほうへ延長した直線上に点 E をとり，四角形 ABCD と面積が等しい△DEC をかきなさい。



[メモ]

第 34 講・確率

例題 1　確率

ポイント

● 起こりうる場合が n 通りあり，どの場合が起こることも同様に確からしいとする。
そのうち，ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき，A の起こる確率 p は

$$p=\frac{a}{n}$$

※ 同様に確からしい　：　どの結果が起こることも同じ程度に期待できること

（例）1 つのさいころを投げて，奇数の目が出る確率
→ さいころの目の出方は全部で 6 通りあり，そのうち奇数の目が出る場合は 1，3，5 の 3 通り。よって，奇数の目が出る確率は

$$\frac{（奇数の目の出方）}{（すべての目の出方）}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

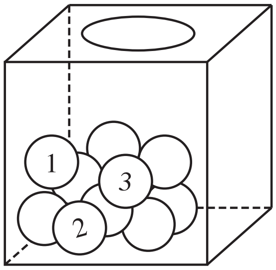
問題

箱の中に 1 から 10 までの数字が書かれた玉が 1 個ずつある。この中から 1 個の玉を取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　玉の取り出し方は，全部で何通りあるか答えなさい。

(2)　3 の数字が書かれた玉が取り出される確率を求めなさい。

(3)　偶数が書かれた玉が取り出される確率を求めなさい。



解答

(1)　玉の数は全部で 10 個だから
　　10 通り　…(答)

MEMO

⑵　3 の数字が書かれた玉が取り出される場合は，⑴で求めた 10 通りのうち 1 通りのみだから，求める確率は

$$\frac{1}{10}$$ …(答)

⑶　偶数が書かれた玉が取り出される場合は 2，4，6，8，10 の 5 通りであるから，求める確率は

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$ …(答)

確認テスト 1

1 つのさいころを投げるとき，次の問いに答えなさい。

⑴　目の出方は何通りあるか答えなさい。

⑵　3 の目が出る確率を求めなさい。

⑶　1 か 2 の目が出る確率を求めなさい。

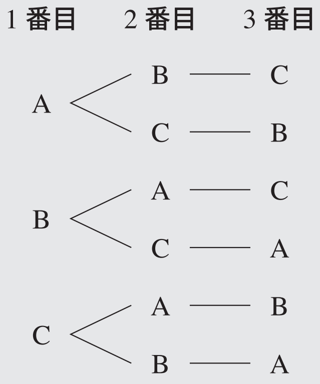
第 35 講・数え上げの工夫

例題 1　樹形図の利用

ポイント

● 樹形図（じゅけいず）：右下の図のように，起こりうる場合をすべてあげたもの

（例）A，B，C の 3 人が一列に並ぶ場合の数
→ 右の樹形図から，6 通りとわかる。
なお，これらの場合を
(A，B，C)，(A，C，B)，(B，A，C)，
(B，C，A)，(C，A，B)，(C，B，A)
のように表すこともできる



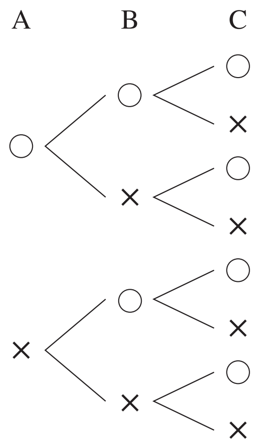
問題

3 枚の硬貨 A，B，C を投げるとき，次の問いに答えなさい。
⑴　硬貨の表裏の出方は何通りあるか答えなさい。
⑵　ちょうど 1 枚が表になる確率を求めなさい。

解答

MEMO

⑴　硬貨の表が出る場合を○，裏が出る場合を×として樹形図をかくと，次の図のようになる。



よって

8 通り　…(答)

⑵　⑴より，すべての場合は 8 通りで，ちょうど 1 枚が表になる場合は

(○，×，×)，(×，○，×)，(×，×，○)

の 3 通りである。よって

$\mathbf{\frac{3}{8}}$　**…(答)**

確認テスト 1

次の問いに答えなさい。

⑴　2 枚の硬貨 A，B を投げたとき，表と裏が 1 枚ずつである確率を求めなさい。

⑵　3 枚の硬貨 C，D，E を投げたとき，ちょうど 2 枚が表になる確率を求めなさい。

例題 2 表にまとめる

ポイント

● 起こりうる場合の数を整理するとき，表にまとめる方法がある

（例）大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の和が 7 になる確率

→ 下の表より，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	⑦
2	3	4	5	6	⑦	8
3	4	5	6	⑦	8	9
4	5	6	⑦	8	9	10
5	6	⑦	8	9	10	11
6	⑦	8	9	10	11	12

問題

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 出た目の数の積が 10 よりも小さい確率を求めなさい。

(2) 出た目の数の積が奇数である確率を求めなさい。

(3) 出た目の数の積が 4 の倍数である確率を求めなさい。

解答

(1)　大小 2 つのさいころの出た目の数の積について，起こりうるすべての場合は次の表のようになる。

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

起こりうる場合は全部で 36 通りあり，出た目の数の積が 10 よりも小さい場合は 17 通りだから，求める確率は

$\mathbf{\frac{17}{36}}$ …(答)

(2)　出た目の数の積が奇数となる場合は 9 通りあるから，求める確率は

$\frac{9}{36} = \mathbf{\frac{1}{4}}$ …(答)

(3)　出た目の数の積が 4 の倍数となる場合は 15 通りあるから，求める確率は

$\frac{15}{36} = \mathbf{\frac{5}{12}}$ …(答)

MEMO

(1)

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

(2)

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

(3)

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

確認テスト 2

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。

⑴　出た目の数の和が 9 である確率を求めなさい。

⑵　出た目の数の和が 5 以下である確率を求めなさい。

⑶　出た目の数の和が 3 の倍数である確率を求めなさい。

第 36 講・題材別の確率の問題

例題 1　メンバーを選ぶ問題

問題

ある委員会で，くじ引きによって役員を選ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1)　A，B，C，D の 4 人から委員長と副委員長をそれぞれ 1 人ずつ選ぶとき，A が委員長，B が副委員長となる確率を求めなさい。

(2)　E，F，G，H，I の 5 人から書記を 2 人選ぶとき，E と F が選ばれる確率を求めなさい。

ポイント

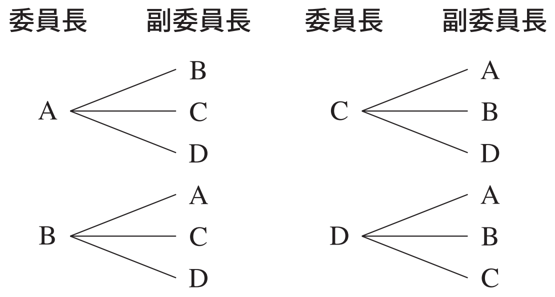
● 選ばれた生徒が異なる役員になるか，同じ役員になるかによって数え方が変わる

（例）P，Q の 2 人を委員長と副委員長に選ぶ場合
→ P が委員長，Q が副委員長の場合と，
　Q が委員長，P が副委員長の場合の 2 通り

（例）P，Q の 2 人を書記に選ぶ場合
→ P，Q とも書記の場合の 1 通り

解答

(1)　委員長，副委員長の選び方について樹形図をかくと，次の図のようになる。

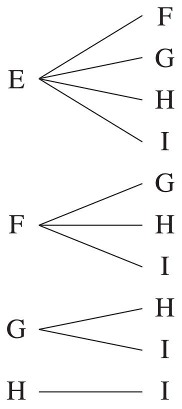


よって，起こりうる場合は全部で 12 通りあり，A が委員長，B が副委員長となる場合は 1 通り。したがって，求める確率は

$\frac{1}{12}$　…(答)

MEMO

⑵　書記 2 人の選び方について樹形図をかくと，次の図のようになる。



よって，起こりうる場合は全部で 10 通りあり，E と F が書記に選ばれる場合は 1 通り。したがって，求める確率は

$\frac{1}{10}$ …(答)

確認テスト 1

テニス部の部員から，くじ引きによって選手を選ぶとき，次の問いに答えなさい。

⑴　A，B，C の 3 人から 1 試合目と 2 試合目に出場する選手をそれぞれ 1 人ずつ選ぶとき，A が 1 試合目，B が 2 試合目に出場する確率を求めなさい。ただし，同じ選手が 2 度続けて選ばれることはないものとする。

⑵　D，E，F，G の 4 人からダブルスの試合に出場する選手を 2 人選ぶとき，D と E が選ばれる確率を求めなさい。

例題 2　整数をつくる問題

問題

1，2，3，4 の数字が書かれた 4 枚のカードが箱の中に入っている。この中から続けて 2 枚を取り出し，取り出した順に左から並べて 2 けたの整数をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　全部で何通りの整数ができるか答えなさい。

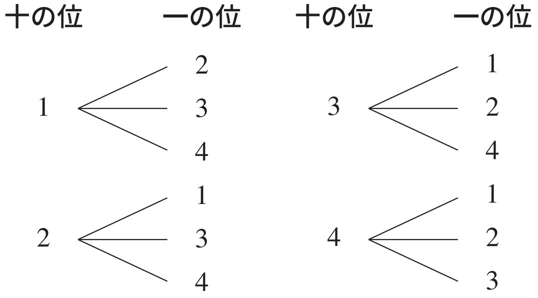
⑵　つくった整数が奇数である確率を求めなさい。

ポイント

● 数字を並べて整数をつくる問題
→ 樹形図を利用して，各位の数字の選び方を考える

解 答

⑴　整数のつくり方について樹形図をかくと，次の図のようになる。



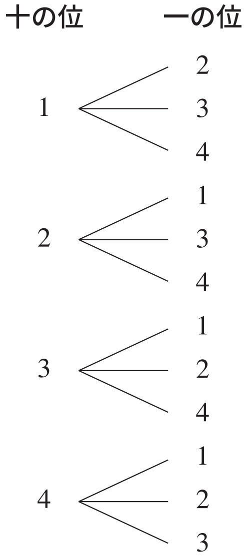
よって，2 けたの整数のつくり方は
12 通り　…(答)

⑵　奇数のつくり方は
13，21，23，31，41，43
の 6 通りあるから，求める確率は

$$\frac{6}{12}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$　…(答)

MEMO

⑵



確認テスト 2

1，2，3 の数字が書かれた 3 枚のカードが箱の中に入っている。この中から続けて 3 枚を取り出し，取り出した順に左から並べて 3 けたの整数をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　何通りの整数ができるか答えなさい。

⑵　つくった整数が 210 より大きい確率を求めなさい。

例題 3　袋から玉を取り出す問題

ポイント

● 玉を取り出す問題

→ 同じ色の玉であっても，番号をふるなどして区別して考える

（例）赤玉 4 個と白玉 1 個が入った袋から 1 個の玉を取り出すとき，取り出した玉が白玉である確率

（誤った考え方）・すべての取り出し方は，赤玉を取り出す場合，白玉を取り出す場合の 2 通り

・そのうち白玉を取り出す場合は 1 通り

→ よって，取り出した玉が白玉である確率は $\frac{1}{2}$

（正しい考え方）・赤玉を①，②，③，④，白玉を1とするとき，すべての取り出し方は 5 通り

・そのうち白玉を取り出す場合は 1 通り

→ よって，取り出した玉が白玉である確率は $\frac{1}{5}$

問 題

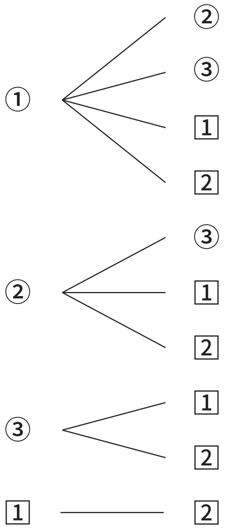
袋の中に赤玉 3 個と白玉 2 個が入っている。この袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めなさい。

⑴　取り出した玉がどちらも白玉である確率

⑵　取り出した 2 個の玉の色が異なる確率

解答

⑴　赤玉を①，②，③，白玉を[1]，[2]として樹形図をかくと，次の図のようになる。



よって，起こりうる場合は全部で 10 通りあり，どちらも白玉となる場合は（[1]，[2]）の 1 通り。したがって，求める確率は

$\mathbf{\frac{1}{10}}$　**…(答)**

⑵　⑴の樹形図より，2 個の玉の色が異なる場合は

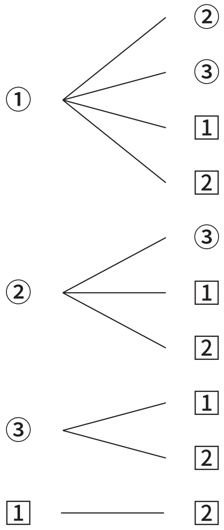
（①，[1]），（①，[2]），（②，[1]），（②，[2]），
（③，[1]），（③，[2]）

の 6 通りある。したがって，求める確率は

$\frac{6}{10}=\mathbf{\frac{3}{5}}$　**…(答)**

MEMO

⑵



確認テスト 3

袋の中に青玉 2 個と白玉 2 個が入っている。この袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1)　取り出した玉がどちらも白玉である確率

(2)　取り出した 2 個の玉の色が同じである確率

例題 4　じゃんけんの問題

問 題

次の問いに答えなさい。

(1)　A，B の 2 人がじゃんけんをするとき，A が勝つ確率を求めなさい。

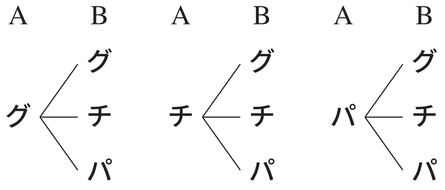
(2)　C，D，E の 3 人がじゃんけんをするとき，C だけが勝つ確率を求めなさい。

ポイント

● じゃんけんに関する確率の問題
　→ 樹形図を利用して，それぞれの人の手の出し方を考える

解 答

(1)　グーをグ，チョキをチ，パーをパとして樹形図をかくと，次の図のようになる。



よって，起こりうる場合は全部で 9 通りあり，A が勝つ場合は

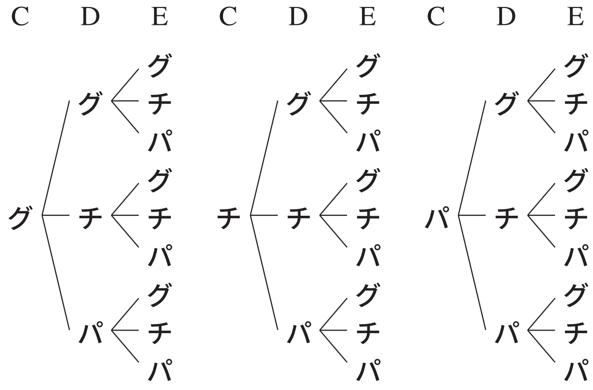
(グ，チ)，(チ，パ)，(パ，グ)

の 3 通り。したがって，求める確率は

$$\frac{3}{9} = \mathbf{\frac{1}{3}} \quad \cdots\textbf{(答)}$$

MEMO

⑵　⑴と同様に樹形図をかくと，次の図のようになる。



よって，起こりうる場合は全部で 27 通りあり，C だけが勝つ場合は

(グ，チ，チ)，(チ，パ，パ)，(パ，グ，グ)

の 3 通り。したがって，求める確率は

$\frac{3}{27} = \mathbf{\frac{1}{9}}$　…**(答)**

確認テスト 4

次の問いに答えなさい。

⑴　A，B の 2 人がじゃんけんをするとき，あいこになる確率を求めなさい。

⑵　C，D，E の 3 人がじゃんけんをするとき，C と D の 2 人が勝つ確率を求めなさい。

第 37 講・確率の応用問題

例題 1 ～が起こらない，少なくとも～の確率

ポイント

● あることがら A が起こらない確率は，次のように計算できる

（A が起こらない確率）= 1 − （A が起こる確率）

（例）赤，青，黄，白，黒色の玉が 1 個ずつ袋に入っている。
袋から玉を 1 個取り出すとき，取り出した玉が赤玉でない確率

→ 赤玉を取り出す確率は $\frac{1}{5}$ だから，$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

（例）硬貨を 2 枚投げるとき，少なくとも 1 枚は表が出る確率

→ 2 枚とも裏が出る確率は $\frac{1}{4}$ だから，$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

問題

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。
(1) 同じ目が出る確率を求めなさい。
(2) 異なる目が出る確率を求めなさい。

解答

(1) 大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通りあり，出た目の数が同じになる場合は

(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)

の 6 通りである。よって，求める確率は

$\frac{6}{36}=\mathbf{\frac{1}{6}}$ …**(答)**

(2) (1)より，同じ目が出る確率は $\frac{1}{6}$ だから，異なる目が出る確率は

$1-\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{5}{6}}$ …**(答)**

MEMO

確認テスト 1

硬貨を 3 枚投げるとき，次の問いに答えなさい。

⑴　3 枚とも表が出る確率を求めなさい。

⑵　少なくとも 1 枚は裏が出る確率を求めなさい。

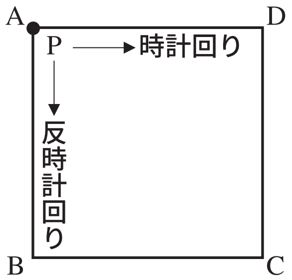
例題 2　多角形の頂点を動く点の問題

問題

右の図のような正方形 ABCD がある。点 P は頂点 A 上にあり，硬貨を 1 回投げるごとに，表が出たら時計回り，裏が出たら反時計回りにとなりの頂点に移動する。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　硬貨を 2 回投げたあと，点 P が頂点 A 上にある確率を求めなさい。

⑵　硬貨を 3 回投げたあと，点 P が頂点 B 上にある確率を求めなさい。



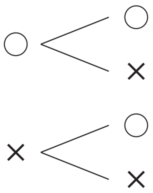
ポイント

● 樹形図を用いて表裏の出方を整理し，それぞれの場合に点 P がどこに移動するか整理する

解答

MEMO

(1)　硬貨の表が出る場合を○，裏が出る場合を×として樹形図をかくと，次の図のようになる。

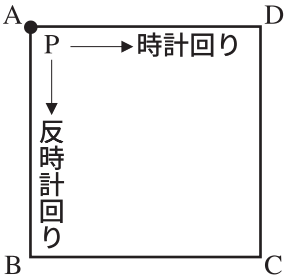


起こりうる場合は全部で 4 通りあり，硬貨を 2 回投げたあと，点 P が頂点 A 上にある場合は，表と裏が 1 回ずつ出たときなので

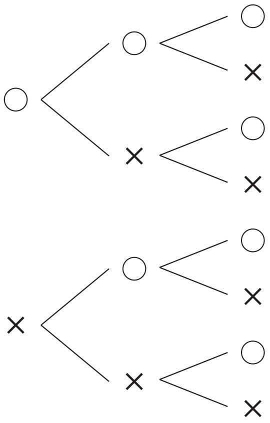
(○，×)，(×，○)

の 2 通りである。よって，求める確率は

$\frac{2}{4}=\mathbf{\frac{1}{2}}$　…**(答)**



(2)　硬貨の表が出る場合を○，裏が出る場合を×として樹形図をかくと，次の図のようになる。



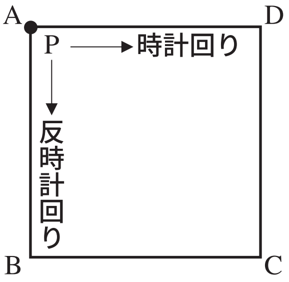
起こりうる場合は全部で 8 通りあり，硬貨を 3 回投げたあと，点 P が頂点 B 上にある場合は

(○，○，○)，(○，×，×)，

(×，○，×)，(×，×，○)

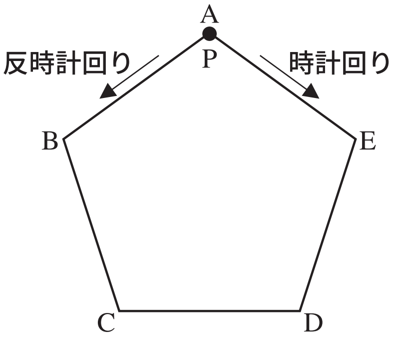
の 4 通りである。したがって，求める確率は

$\frac{4}{8}=\mathbf{\frac{1}{2}}$　…**(答)**



確認テスト 2

右の図のような正五角形 ABCDE がある。点 P は頂点 A 上にあり，硬貨を 1 回投げるごとに，表が出たら時計回り，裏が出たら反時計回りにとなりの頂点に移動する。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　硬貨を 2 回投げたあと，点 P が頂点 D 上にある確率を求めなさい。

(2)　硬貨を 3 回投げたあと，点 P が頂点 B 上にある確率を求めなさい。

第38講・四分位範囲・箱ひげ図

例題1　四分位範囲

ポイント

● 四分位数（しぶんいすう）：データを小さい順に並べて 4 等分したときの，3 つの区切りの値。
小さい方から順に，第 1 四分位数，第 2 四分位数，第 3 四分位数という。
第 2 四分位数は，中央値のことである

（例）11 人の 100 点満点のテストの結果

28　31　**40**　44　51　**62**　73　75　**81**　83　92　（単位　点）

第 1 四分位数（40）　第 2 四分位数（62）　第 3 四分位数（81）

（例）12 人の 100 点満点のテストの結果

31　36　**46**　**50**　57　**64**　**69**　72　**73**　**73**　85　93　（単位　点）

第 1 四分位数　第 2 四分位数　第 3 四分位数

$\dfrac{46+50}{2}=48$　$\dfrac{64+69}{2}=66.5$　$\dfrac{73+73}{2}=73$

● 四分位範囲（しぶんいはんい）：第 3 四分位数から第 1 四分位数をひいた差

問題

次のデータは，生徒 10 人について，20 点満点の漢字テストの結果をまとめたものである。次の問いに答えなさい。

4　5　8　9　10　11　13　15　16　18

（単位　点）

(1)　第 2 四分位数を求めなさい。
(2)　第 1 四分位数を求めなさい。
(3)　第 3 四分位数を求めなさい。
(4)　四分位範囲を求めなさい。

解答

(1)　第 2 四分位数はデータ全体の中央値だから

$$\frac{10+11}{2} = \mathbf{10.5}$$ **（点）**　…(答)

(2)　第 1 四分位数は 1 番目から 5 番目までのデータの中央値だから

8 点　…(答)

(3)　第 3 四分位数は 6 番目から 10 番目までのデータの中央値だから

15 点　…(答)

(4)　(2)，(3)より

$15 - 8 =$ **7（点）**　…(答)

MEMO

(1)

4　5　8　9　10　11　13　15　16　18

(2)

4　5　8　9　10　11　13　15　16　18

(3)

4　5　8　9　10　11　13　15　16　18

確認テスト 1

次のデータは，あるクラスの男子 12 人の 50 m 走の記録をまとめたものである。次の問いに答えなさい。

7.0　7.1　7.2　7.4　7.4　7.5　7.7　7.9　8.0　8.2　8.2　8.3

（単位　秒）

(1)　第 2 四分位数を求めなさい。
(2)　第 1 四分位数を求めなさい。
(3)　第 3 四分位数を求めなさい。
(4)　四分位範囲を求めなさい。

例題 2　箱ひげ図

ポイント

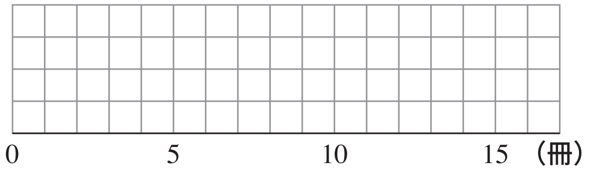
● **箱ひげ図**　：　最小値，第 1 四分位数，中央値（第 2 四分位数），第 3 四分位数，
最大値を 1 つの図にまとめたもの

問題

　次のデータは，ある生徒 15 人の 3 か月で読んだ本の冊数を表している。このデータについて，箱ひげ図をかきなさい。

13　3　7　8　2　12　3　12　5　6　5　15　6　2　5

（単位　冊）



解答

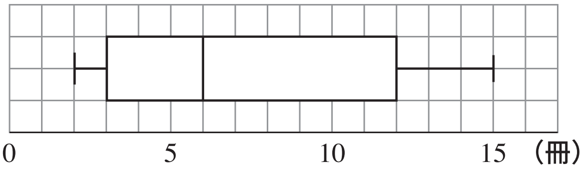
　与えられたデータを小さい順に並べかえると

2　2　3　3　5　5　5　6　6　7　8　12　12　13　15

したがって

最小値　　　：2 冊
第 1 四分位数：3 冊
中央値　　　：6 冊
第 3 四分位数：12 冊
最大値　　　：15 冊

よって，箱ひげ図は次の図のようになる。　…(答)



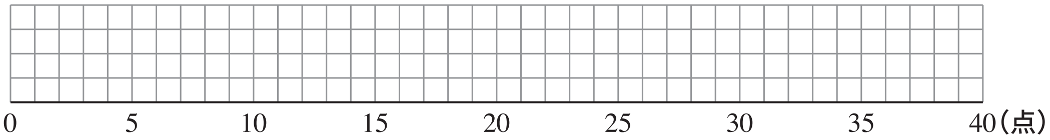
MEMO

確認テスト 2

　次のデータは，ラグビーの試合で，あるチームが 12 試合であげた得点を表している。このデータについて，箱ひげ図をかきなさい。

25　14　31　10　35　21　13　31　16　25　17　19

（単位　点）



[メモ]

[メモ]

[メモ]

©RECRUIT
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。